

CARDANO - MEHR ALS BLOSS EIN GLÜCKSSPIELER

von LESLIE GLICKMAN

Übersetzt und bearbeitet von K. Röttel

ZDM-Klassifikation: A 30, K 50

Einleitung

Man braucht nur einen Blick in Cardanos Werk "Liber De Ludo Aleae" (Buch über Glücksspiele) zu werfen, und man trifft auf einen Text, der von Glücksspielen und Glücksspielern zu handeln scheint. Man findet Beschreibungen der Charaktereigenschaften guter (1) und schlechter Spieler, umfassende Strategien für solche Spiele und zwielfichtige Praktiken bis zum Betrügen und Täuschen. Die Lehrer werden bei erstem Hinsehen sagen, daß ein derartiges Buch für eine seriöse Hinführung zur Wahrscheinlichkeit nicht geeignet ist und somit den Schülern nicht empfohlen werden sollte.

Zudem zeigen die Einzelheiten des Lebens von CARDANO eine vieltgestaltige, ja instabile Persönlichkeit auf. Er wurde am 24.09.1501 in Italien geboren und starb dort am 20.09.1576. Das Auffallendste an seinem Charakter ist die Polarität von Laster und Tugend. Er gab sich mit Astrologie ab, studierte aber auch ernsthaft Philosophie. Einmal war er Professor an der Universität von Bologna, ein andermal Insasse eines Armenhauses. Er zeigte begeistertes Interesse am Spielen, während er zur gleichen Zeit einen bedeutsamen Beitrag zur Geschichte der algebraischen Gleichungen mit seinem lateinischen Werk "Ars Magna" leistete, in dem die Lösung der kubischen Gleichung (offensichtlich vom Mathematiker Tartaglia "entlehnt") zu finden ist.

Wohl des umstrittenen Inhalts von "De Ludo Aleae" und der Persönlichkeit des Autors wegen übersah man CARDANO als einen der Mitentwickler der modernen Wahrscheinlichkeitsrechnung. Den Anfang der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung sah man bisher meist in der Mitte des 17. Jahrhunderts, als PASCAL und FERMAT in Briefwechsel zum "Punktproblem" (Aufteilung des Einsatzes für faire Spiele, deren Augenzahlen (Punkte) betrachtet wurden) standen. Es ist noch nicht lange her, daß Kommentatoren wie ORE (1953) und DAVID (1962) versucht haben, dieses Fehlur-

teil zu berichtigen. ORE behauptet geradezu, daß "De Ludo Aleae" wegen seiner Zusammenfassung und Ordnung von Glücksspielen, Strategien und Spielereigenschaften faktisch der erste Text zur Wahrscheinlichkeitstheorie sei.

CARDANO im Klassenzimmer von heute

Um die Bedeutung CARDANOS für den heutigen Schulunterricht zu zeigen, brauchen wir nur seine Untersuchungen der Wahrscheinlichkeitsberechnungen, die auf dem Experiment "Werfen zweier (regelmäßiger) Würfel" beruhen, anzuschauen. Nach der Übersetzung des Werkes "De Ludo Aleae" von GOULD (1953), die auch bei ORE (1953) zu finden ist, argumentiert CARDANO so: "Im Fall von zwei Würfeln gibt es sechs Ergebnisse mit gleichen Augenzahlen {Anm.: (1,1), (2,2) usw.} und fünfzehn Kombinationen ungleicher Augenzahlen, die bei Verdoppelung dreißig ergeben, so daß man insgesamt 36 Ergebnisse hat ..." CARDANO erklärt später, daß ein Ergebnis wie "1 und 2" auf zwei Weisen entstehen kann, nämlich durch (1,2) und (2,1). Wir haben uns die gleichzeitig geworfenen Würfel für die Wahrscheinlichkeitsberechnungen also als unterscheidbar vorzustellen.

CARDANO bezeichnet die Gesamtheit der möglichen Ergebnisse (hier 36) als "Runde" (circuitus) und bezieht sich dann beim Berechnen der Wahrscheinlichkeiten einfacher Ereignisse auf diese Ergebnismenge. Zum Beispiel:  
"Die Anzahl der Würfe mit wenigstens einmal der Augenzahl 1 ist 11 aus der Runde von 36 ..."

So verwendet CARDANO einfach die übliche Definition der Wahrscheinlichkeit, wenn er sagt, die Chancen für wenigstens einen Würfel mit der Augenzahl 1 stünden 11 : 36.

Später untersucht unser Spiel-Schüler "Sors", ein einfaches Spiel, das die Summe der obenauf liegenden Augenzahlen zweier geworfener Würfel ins Auge faßt. Er stellt zusammen, wie viele Fälle der Runde die möglichen Ergebnisse liefern:

Sors mit zwei Würfeln:

2,12 : 1,    3,11 : 2,    4,10 : 3,  
5,9 : 4,    6,8 : 8,    7 : 6,

wobei etwa 3,11 : 2 bedeutet, daß die Augensummen 3 und 11 in

jeweils 2 Fällen aus der Runde von 36 Fällen erzielt werden können. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten lassen sich dann leicht angeben.

CARDANO geht anschließend zu komplexeren Fragen über, wie z.B. der nach der Wahrscheinlichkeit, die Augenzahl 1 oder 2 auf einem der zwei Würfel zu erhalten. Wie wir oben sahen, liefern 11 Ergebnisse aus der Runde eine Eins. Er gibt an, daß 11 aus der Runde eine Zwei besitzen, erkennt aber sofort, daß dabei zwei Doppelzählungen {die Ergebnisse (1,2) und (2,1)} auftreten und die Antwort nicht 22, sondern 20 aus der Runde lautet. In ähnlicher Weise leitet CARDANO die Wahrscheinlichkeit für "eine Eins, eine Zwei oder eine Drei" zu  $27/36 = 3/4$  her.

Ausgehend von diesem letzten Problem schreitet CARDANO von additiven Wahrscheinlichkeiten zu multiplikativen Berechnungen weiter. Er möchte die Wahrscheinlichkeit bestimmen für eine Eins, Zwei oder Drei auf jedem Würfel bei zwei unabhängigen Doppelwürfen. Er findet dies weitaus schwieriger. Um zum Klarheit zu gelangen, prüft er das leichter vorstellbare, aber äquivalente Problem:

"Wir nehmen dazu einen Talus (siehe Anmerkung II) mit 4 Oberseiten, der auf einer Fläche eine gerade und auf den anderen drei Flächen eine ungerade Augenzahl trägt, und wir untersuchen die Häufigkeit des aufeinanderfolgenden Erscheinens einer ungeraden Augenzahl." (Anm.: Je Wurf ist die Wahrscheinlichkeit dafür  $3/4$ .)

CARDANO erstellt seine kombinatorischen Modelle korrekt und leitet für den Fall von 2 Würfeln her, daß 9 von 16 möglichen Ergebnissen günstig für lauter ungerade Augen beim ersten und zweiten Wurf sind. Mit anderen Worten: Die erwartete Wahrscheinlichkeit ist  $(3/4)^2$ , ein klares Beispiel für das "Potenzgesetz" (als Sonderfall der Multiplikationsregel) unabhängiger Ereignisse.

CARDANOs Beitrag zur Wahrscheinlichkeit

Aus der obigen Diskussion sehen wir, daß CARDANO späteren Generationen die Grundlage der Wahrscheinlichkeitsrechnung vermittelte. Er analysierte genau die Zufallsexperimente, beschrieb Ereignismengen und zählte ihre Fälle auf. Er kannte das Additionsgesetz, und man kann sagen, daß er die Potenz- (Multiplikations-) Regel für Wahrscheinlichkeiten unabhängiger Ereignisse "erfand". ORE(1953) nennt die Potenzregel "Gesetz von CARDANO". Um einen komplexen Sachverhalt darzustellen, benutzt CARDANO ein Zufallsgerät, den Talus - CARDANO nimmt die Zeit vorweg, in der Urnen (mit einer passenden Zusammensetzung von schwarzen und weißen Kugeln) verwendet werden, um das wesentliche eines Zufallsexperiments herauszuschälen.

Und so kommentiert DAVID (1962): In CARDANOs Werk finden wir einen Schritt zu einem theoretischen Konzept, das durch Abstraktion aus dem Experiment gewonnen wird. Ist dies nicht eines der Ziele, von denen wir wünschen, daß sie unsere Schüler im modernen Unterricht erreichen sollen?



Abbildung aus der Titelseite von CARDANOs "Ars Magna" (1545), aus der Sammlung TURNER, Universität Keele.

Anmerkung I:

Unter alea (lat.) versteht man nicht nur Spielwürfel (also den regulären sechsseitigen, den Talus und ähnliche), sondern auch das Glücksspiel an sich. Vgl. Titel des CARDANOschen Werkes.

Anmerkung II:

GERONIMO (auch: Geolamo, Girolama) CARDANO war gelehrt, hochmütig, ausschweifend und von Spielleidenschaft besessen. Der letzten Eigenschaft verdanken wir sein Werk "Liber De Ludo Aleae", eines von vielen aus seiner Feder. Sein Wohlhaben verhalf ihm zur Wahl zum Rektor (als Student) der Universität Padua. Schulden brachten ihn ins Gefängnis, und sein ehrliches Mundwerk führte wohl zu Anklagen vor dem Inquisitionstribunal. In seinen Büchern veröffentlichte er Erkenntnisse anderer Personen (bei der Lösung der Gleichung dritten Grades jedoch unter Bruch eines Verschwiegenheitseides). Stets gab er hingegen den Namen des Urhebers an - eine Eigenschaft, die Kompilierern fremd ist.

Anmerkung III:

Talus (griechisch: Astragalos) ist ein Knochen im Sprunggelenk (Handrüzelgelenk) von Paarhufern, der wegen seiner Form in vier Stellungen liegenbleiben kann. Als Spielwürfel wurden in frühgeschichtlichen Zeiten (Grabfunde) neben den sechsflächigen Würfeln die Tali (Astragaloi) von Ziegen und Schafen verwendet.



In der Abbildung ist ein Talus eines Rindes gezeigt. Mit diesem Knochen ergab sich bei 1000 Versuchen diese Häufigkeitsaufteilung:

Position 1 (konvexe Schmalseite oben):	0,45
Position 2 (andere Schmalseite oben):	0,30
Position 3 (konkave Breitseite oben):	0,08
Position 4 (andere Breitseite oben):	0,17

#### Literatur

- CARDANO, Gerolamo (1953): Liber de Ludo Aleae (The Book on Games of Chance). Übersetzung von S.H. GOULD. Holt, Rinehart and Winston.
- DAVID, F. N. (1962): Games, Gods & Gambling; A History of Probability and Statistical Ideas. Charles Griffin & Co. Ltd., S. 40 - 60.
- FIERZ, Markus (1977): Girolamo Cardano - Arzt, Naturphilosoph, Mathematiker, Astronom und Traumdeuter. Basel, Stuttgart.
- GANI, J. (1971/72): Gambling and probability: some early problems. Mathematical Spectrum 4, 9 - 14.
- ORE, O. (1953): Cardano, the Gambling Scholar. Princeton University Press.