

STENGEL-BLATT-DIAGRAMME IN DER GRUNDSCHULE

von ANDREJIS DUNKELS

leicht gekürzte Übersetzung von G. König

Zusammenfassung: In diesem Beitrag wird gezeigt, wie die Stengel- und-Blatt-Diagramme aus der Explorativen Datenanalyse als zusätzliches Darstellungs- und Veranschaulichungsmittel im Primarbereich und in der Orientierungsstufe verwendet werden können. Vorher erläutert der Autor seine Position zur Bedeutung des Statistikunterrichts für Grundschüler.

ZDM-Klassifikation: K 42

Statistik erscheint aus internationaler Sicht ein peripherer Bestandteil der Mathematikcurricula zu sein. Die Statistik könnte jedoch durchaus einen größeren Anteil des Mathematikcurriculums in der Primarstufe einnehmen.

Statistik in der Grundschule sollte aus folgenden drei Komponenten bestehen:



Im folgenden wird detaillierter dargestellt werden, wie die sogenannten Stengel-Blatt-Diagramme bei der Interpretationsphase der Statistikinhalte als Darstellungshilfe benutzt werden können. Andererseits liefert die Statistik dem Lehrer ein willkommenes Werkzeug, um Begriffe und Ideen aus anderen Teilen des Curriculums in den Unterricht hereinzunehmen. Auch dies wird mit Hilfe der Stengel-Blatt-Diagramme illustriert und zwar am Beispiel der Behandlung des Stellenwertsystems und des Schätzens. Es sollte klar sein, daß meine Stellungnahmen zur Bedeutung der Statistik im Grundschulcurriculum sich nicht nur auf die Stengel-Blatt-Diagramme beziehen, sondern genauso auf den statistischen Aspekt der gesamten Unterrichtseinheit.

Stengel-Blatt-Diagramme sind nur ein Bestandteil der Statistikausbildung in der Grundschule.

Stengel-Blatt-Diagramme und Stellenwert

Stengel-Blatt-Diagramme sind eine besondere Form der Darstellung von Daten. Weitere Informationen über Stengel-Blatt-Diagramme findet der Interessierte in:

- A. ENGEL: Stochastik. Stuttgart: Klett 1987, Studienbücher Mathematik
- A. ENGEL (Hrsg.): Neue Ideen in der Stochastik (MU 1982)

Stellenwertsysteme sind für viele Schüler sehr abstrakt und schwer zu verstehen. Unter den häufigsten Fehlern finden wir z. B. die Interpretation, daß sich 405 aus '40' und '5' zusammensetzt, woraus 'fünfundvierzig' entstünde. Die Arbeit mit Zahlen hingegen, die für Kinder eine gewisse Bedeutung haben, wird bei ihnen sicherlich ein gewisses Interesse und Motivation wecken. Es ist ein großer Unterschied, ob man nur mit 'nackten' Zahlen arbeitet, die in einem Schulbuch stehen, oder mit Zahlen, die der kindlichen Welt entstammen.

Jedes Kind in der Grundschule ist an Altersangaben interessiert. Wie alt sind die Mütter und Väter der Kinder in unserer Klasse? Wollen wir einmal schätzen? Alle Kinder bekommen die Hausaufgabe, das Alter ihrer Eltern aufzuschreiben. Sollen wir mit den Müttern oder mit den Vätern beginnen? Fast alle stimmen für die Mütter. Am nächsten Tag erhält jedes Kind ein rechteckiges Stück Karton, sagen wir etwa 8 cm mal 12 cm. Dieser Karton wird in der Mitte gefaltet und dann wieder entfaltet. Sodann wird das Alter der Mutter aufgeschrieben, die Zehnerziffer in der linken Hälfte, die Einerziffer in der rechten Hälfte. Die Karte wird nun entlang der Faltritze in zwei Hälften geschnitten und die Kinder beginnen mit den Ziffern zu spielen ("Ach du Schreck, meine Mutter ist 83, wenn ich die Ziffern vertausche." - 'mit vertauschten Ziffern ist Kents Mutter 92, was ist ihr tatsächliches Alter?').

Nun fordert der Lehrer alle Kinder auf, ihre Zehnerzahlen zu zeigen. Meist werden sich Zweien, Dreien und Vieren ergeben. Ein Exemplar jeder Zahl wird vom Lehrer eingesammelt und an die Wand geheftet, so daß man 2, 3, 4 untereinander lesen kann. Die Kinder versammeln sich vor der Wand mit ihren Einerziffern in ihren Händen.

Ohne genauer zu erklären wie, bittet der Lehrer die Kinder, ihre Einerzahlen nacheinander zu befestigen. Und nach jeder Ziffer gibt es genügend Zeit zum Nachdenken und zum lauten Nachlesen im Chor. Nachdem jede Zahl plaziert wurde, lesen Lehrer und Kinder alle gesammelten Altersangaben. Nach einer Zeit wird sich das untenstehende Bild ergeben (s. Abbildung 1).

2	98
3	2415191451
4	4052

Abbildung 1

Können wir diese Tabelle verbessern? Ja, wir könnten die Einerziffern in jeder Reihe nach der Größe ordnen. Tun wir das! Gleichzeitig können wir die einzelnen Reihen abkürzen, indem wir sie in zwei aufteilen. Welche Einerzahlen können wir in die erste Reihe schreiben und welche in die zweite? Die untenstehende Tabelle könnte sich ergeben.

2	
2	89
3	1111244
3	559
4	024
4	5

Abbildung 2

Welch' übersichtliche Darstellung der verschiedenen Altersstufen! Wie alt ist die älteste Mutter? Und die jüngste? Gibt es gleichaltrige Mütter? Was ist das populärste Alter, d.h. das Alter, das am häufigsten auftritt? (Was bedeutet populär? Hat es irgendwas mit Popmusik zu tun?). Fehlt ein Alter? Viele Fragen stellen sich. Aber das soll genug sein für heute. Morgen werden wir mit den Vätern fortfahren.

Am nächsten Tag stehen zwei Blatt-Stengel-Diagramme an der Tafel. Man gewinnt eine gute Übersicht über die Altersstruktur der Eltern. Es werden sich weitere Fragen um diese Zahlen ergeben, die so viel für die Kinder bedeuten.

Diese Darstellung hat Vorteile für Schüler der Grundschule. Zuerst einmal verstärkt sie in geeigneten Situationen die Bedeutung des Stellenwertes. In der oben beschriebenen Darstellung der Altersangaben bilden die Zehnerzahlen links von Strich den Stengel. Durch die beschriebenen Aktivitäten kann das Konzept des Stellenwertsystems entwickelt und verstärkt werden. Nachdem Stellenwerte ein Schlüsselthema im Curriculum sind, kann der Gebrauch von Stengel-und-Blatt-Diagrammen als ein gutes und attraktives Mittel für Grundschullehrer empfohlen werden.

Zum anderen sind Stengel-Blatt-Diagramme auch nützlich, wenn neue Vorstellungen über Zahlen eingeführt werden, also nicht nur altes Wissen wiederholt wird. Auch für einen derartigen Fall sei ein Beispiel gegeben.

Angenommen wir haben das Konzept des Übertrags noch nicht eingeführt, die Klasse hat aber bereits Zahlen größer als zehn durchgenommen. Heute wollen wir die Herzschläge zählen. Wir werden jeweils zu zweit arbeiten und jeder wird auf die Schläge seines Nachbarn achten und überprüfen, wie oft dessen Herz in einer halben Minute schlägt ("Hörapparat" aus Joghurtbecher für die Kleinen!). Folgende Tabelle könnte sich ergeben (Abb. 3):

Zehner	Einer
3	9
4	0469
5	02246
6	0

Abbildung 3

Nun werden die Kinder gebeten, ein Blatt-Stengel-Diagramm anzufertigen, welches auf diesen Halb-Minuten-Daten basiert. Doch soll diesmal die Anzahl der Herzschläge in einer Minute dargestellt werden. Das ist keine leichte Aufgabe für ein Kind, das noch nicht zu Übertragen lernte. Das Konzept des Übertrags

so auf eine natürliche Art eingeführt, und jeder Schüler muß überlegen, wie er durch Übertragen auf eine Darstellung der Abbildung 4 kommt.

Zehner	Einer
7	8
8	08
9	28
10	0448
11	2
12	0

Abbildung 4

Ein Beispiel zur Datensammlung

Ein zweiter und naheliegender Vorteil für die Einführung von Stengel-Blatt-Diagrammen ist die andere Form der graphischen Datenaufbereitung. Verschiedene Darstellungen von Begriffen helfen Schülern, diese zu verinnerlichen. Ferner ist es eine besondere Notationsform für eine Reihe erhobener (oder gegebener Daten), aus der jeder einzelne Wert direkt abgelesen werden kann.

Stengel-und-Blatt-Diagramme sind ideal für die Darstellung von Daten bei Schätzaufgaben. Ein Beispiel aus einem Lehrerfortbildungskurs für Lehrer des Primarbereichs und der Orientierungsstufe soll dies erläutern.

Es wurde die Aufgabe gestellt, das Gewicht eines verschlossenen Kastens mit Steinen zu schätzen. Es wurden zwei Gruppen gebildet. Bei der ersten Gruppe wogen die Versuchsleiter den Kasten mit der Hand und stellten die Aufgabe mit dem Zusatz: 'Bei diesem Gewicht erscheint es uns sinnvoll, den Schätzwert auf eine Dezimale genau in Hektogramm anzugeben' (1 Hektogramm = 1 hg = 100 g = 0,1 kg).

In Schweden ist das Hektogramm ein häufig gebrauchtes Gewichtsmaß. Bestimmte Lebensmittel wie Wurst, Roastbeef, Käse, Kartoffelsalat werden hier in Hektogramm verlangt und verkauft; die Teilnehmer der Versuchsgruppe waren also gewöhnt, mit Hektogramm umzugehen. Der Vorschlag des Versuchsleiters, das Gewicht auf eine Dezimalstelle genau zu schätzen war sinnvoll, wie

Abbildung 5 zeigt. Das dargestellte Stengel-und-Blatt-Diagramm wurde gemeinsam von den Teilnehmern erarbeitet.

hg	Einer	Zehner	
4	8		(1)
5	45778		(5)
6	2559		(4)
7	22233678		(8)
8	355677		(6)
9	188		(3)
10	4488		(1)
11	1		(1)
12	5		(1)

Abbildung 5

(33)

Der Median beträgt 7,7 hg. Die Mediane der unteren bzw. oberen Hälfte heißen 6,5 hg (unteres Quartil) und 9,1 hg (oberes Quartil); die mittlere Hälfte aller Schätzungen liegt zwischen diesen beiden Grenzen.

Die Differenz, 2,6 hg, kann als Streuungsmaß verwendet werden (und kann als robuster Ersatz für die nicht robuste Varianz bzw. Standardabweichung betrachtet werden, wobei ein Parameter robust heißt, wenn er nicht von sogenannten Ausreißern beeinflusst ist). Die Spannweite $v = |x_{\max} - x_{\min}| = |12,5 \text{ hg} - 4,8 \text{ hg}|$ sagt deutlich aus, daß das Schätzen von Gewichten um 700-800 g nicht leicht zu sein scheint.

Der zweiten Gruppe wurde dieselbe Aufgabe gestellt, nur wurden die Hinweise leicht modifiziert; die Schätzwerte sollten in kg auf zwei Dezimalen genau angegeben werden. Die Schätzungen dieser Gruppe sind in Abb. 6 dargestellt.

kg	ten	hundert	
3	2		(1)
6	357		(3)
7	255		(3)
8	258		(3)
8	0248		(4)
10			
11	8		(1)
12	04588		(5)
13	377		(3)
14			
15	058		(3)
16	2478		(4)
17	4588		(4)
18	45878		(5)
20			
21			
22			
23			
24			
25	0		(1)

Abbildung 6

(40)

Der Median ist nun 1,32 kg, also höher als der höchste Schätzwert aus der ersten Gruppe. Die Quartile sind 0,785 kg und 1,76 kg, also fast ein Kilogramm auseinander. Auch die Spannweite dieser Gruppe ist mit 2 kg größer als bei der ersten Gruppe.

Zwei Stengel-und-Blatt-Diagramme können auch in Form eines symmetrischen Baumes (mit dem Stengel in der Mitte und Blättern nach links bzw. rechts) einander gegenübergestellt werden. Diese Gegenüberstellung für beide Versuchsgruppen zeigt Abb. 7.

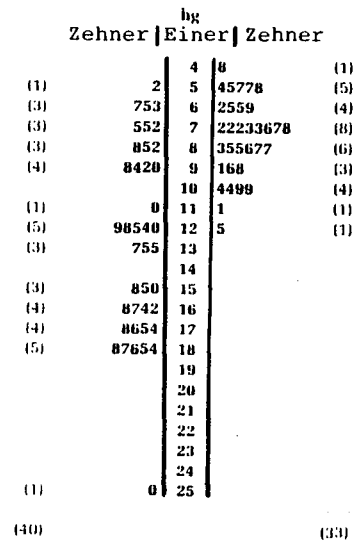


Abbildung 7

Die Darstellung in Abb. 7 zeigt den Unterschied zwischen den beiden Gruppen sehr deutlich und auf rein visueller Basis. Beide Versuchsgruppen waren vergleichbar, sie wurden aus der Gruppe der Teilnehmer eines Fortbildungskurses gebildet; hauptsächlich die verschiedenen Instruktionen scheinen die Teilnehmer beeinflusst zu haben.

Übrigens: das richtige Gewicht war genau 1,00 kg.

Wir können sehr viel lernen aus dieser Untersuchung, für die sich Stengel-Blatt-Diagramme als wirksames Hilfsmittel erwiesen. Eine weitere Diskussion der Themen Schätzen und Diagramme findet man bei DUNKELS (1987).

Weitere Anwendungen:

In vielen Städten gibt es Bus- oder Straßenbahnfahrpläne, bei denen die Abfahrtszeiten praktisch in Form eines Stengel- und Blatt-Diagramms dargestellt sind (s. Abb. 8, Busfahrplan aus Schweden).

Wenn die Behandlung von Stengel-und-Blatt-Diagrammen im Statistikerunterricht das Lesen von Fahrplänen erleichtern kann, haben wir wieder etwas zur Behandlung von realen Problemen im Unterricht beigetragen.

Eine andere Anwendung von Stengel-Blatt-Diagrammen ist die Darstellung der Geburtstage der Schüler wie in Abb. 9. Dieses Diagramm kann auch Ausgangspunkt für die Behandlung des Geburtstagsproblems sein: Gibt es zwei Schüler, die am selben Tag Geburtstag haben?

Fran HAKBERGET
via Radhuset Linnégatan · Stureplan Kungsbroplan
111 HORNBERG

MÅNDAG - FREDAG



0	05								
5	23	41	59						
6	01	19	37	55					
7	08	19	29	40	50				
8	01	11	22	32	43	53			
9	04	20	36	52					
10	08	24	39	57					
11	13	24	33	42	51				
12	00	09	18	27	36	45	54		
13	03	12	21	30	39	48	57		
14	06	15	24	33	42	51			
15	00	09	18	27	36	45	53		
16	02	12	21	31	40	50	59		
17	10	20	31	42	53				
18	09	25	43						
19	00	15	30						
20									
21									
22									
23									

Abb. 8

JANUARY	03.12.22.
FEBRUARY	01.27.
MARCH	04.04.05.11.15.
APRIL	12.14.20.
MAY	
JUNE	13.15.20.26.
JULY	01.
AUGUST	
SEPTEMBER	08.09.24.30.30.
OCTOBER	02.
NOVEMBER	14.18.30.
DECEMBER	24.

Abb. 9

Folgerungen:

Stengel-und-Blatt-Diagramme sind ein wichtiges Hilfsmittel für Grundschullehrer. Sie sind nicht die einzigen verfügbaren statistischen Techniken. Piktogramme, Tabellen und Stabdiagramme sind z.B. auch wichtige Komponenten des Statistikunterrichts. Die Stengel-und-Blatt-Diagramme sind jedoch ein zusätzliches methodisches Element, das nicht nur die "Repräsentationsmodi" nach DIENES erweitert. Sie stellen nicht nur ein weiteres ikonisches Mittel dar, sondern sind auch ein weiteres zusätzliches Modell für die Behandlung von Unterrichtsgegenständen wie z.B. Stellenwertsystemen.

Literatur

- DUNKELS, ANDREJS (1986): EDA in the Primary Classroom - Graphing and Concept Formation Combined. In: Proceedings of The Second Conference on Teaching Statistics. Victoria BC, pp 61-66. Also to appear in: Studies in mathematics education. Edited by ROBERT MORRIS, Volume 7, UNESCO 1988.
- DUNKELS, ANDREJS (1987): An example from the inservice mathematics classroom. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 87/4, Karlsruhe, pp 159-161.
- PEREIRA-MENDOZA, LIONEL (1986): The teaching of statistics to 6-11 year olds in Britain, Canada and the USA. In: Proceedings of the Second Conference on Teaching Statistics. Victoria BC, pp 40-45.