

DIE MARKIERUNGSMETHODE ZUR SCHÄTZUNG DER POPULATIONSGRÖßE

nach B. Dudley, University of Keele, Staffs
Originaltitel in 'Teaching Statistics' Vol. 5 (1983),
Nr. 3: A Practical Study of the Capture/Recapture Method
of Estimating Population Size
Übersetzung: I. Strauß

Der Versuch

Im Biologieunterricht ergibt sich manches Mal die Gelegenheit, Tiere und Pflanzen in ihrem natürlichen Umfeld zu studieren. Dabei lassen sich eine Reihe gängiger ökologischer Auswertungsmethoden, die auf Stichprobenentnahmen basieren, einsetzen. Gerade bei gebräuchlichen Techniken tendiert man zu kritikloser Anwendung; man macht sich keine Gedanken über deren Voraussetzungen und Bedingungen, d. h. über den Gültigkeitsbereich. Die Anwendbarkeit und die Grenzen eines ökologischen Auswertungsverfahrens können anhand des Modells eines ökologischen Systems untersucht werden. Als Beispiel stellt der Verfasser hier ein seit Jahren erfolgreich erprobtes Verfahren vor.

Man verwendet die 'Fangen/Wiedereinfangen'-Methode, um einen Schätzwert für die Größe einer Population schnell beweglicher Tiere, etwa von Laufkäfern oder Asseln, zu erhalten. Eine erste Stichprobe aus der Grundgesamtheit wird entnommen, jedes Tier einzeln markiert und sodann wieder in die Freiheit entlassen. Die Anzahl der gekennzeichneten Tiere wird registriert. Wir gehen davon aus, daß die markierten Individuen sich zufällig in ihrer Population verteilen. Eine zweite Stichprobe wird entnommen. Sowohl ihr Umfang als auch die Anzahl der gekennzeichneten Tiere wird notiert und daraus die Größe der Population nach folgendem Verfahren geschätzt: Der Anteil markierter Individuen in der zweiten Stichprobe ist gleich dem Anteil aller markierten Individuen in der Grundgesamtheit, also:

$$\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$$

wobei gilt: a ist die Anzahl markierter und wieder in die Population entlassener Individuen;
 b ist die Größe des zweiten Fanges;
 c ist die Anzahl wiedereingefangener Individuen in der zweiten Stichprobe und
 d ist die Größe der Grundgesamtheit.

Ein Schätzwert für die Populationsgröße ist dann:

$$d = \frac{a \cdot b}{c}$$

Zur Demonstration des Verfahrens nehme man eine Schachtel bunte Smarties. Die Größe der Smarties-Population ist, wenn die Schachtel neu und ungeöffnet ist, sowohl dem Lehrer als auch den Schülern unbekannt. Folgendes Vorgehen hat sich als zweckmäßig herausgestellt:

1. Man schütte den Inhalt der Schachtel in eine kleine Schüssel und zähle die Süßigkeiten einer Farbe (wir haben die roten gewählt).
2. Man schütte alle Smarties, also auch die roten, in eine Tüte, schließe sie und schüttele sie kräftig, um die Smarties der gewählten Farbe gut in der ganzen Population zu verteilen.
3. Man schöpfe ohne hinzusehen mit einem Eierbecher eine Stichprobe heraus und registriere den Stichprobenumfang (= b) und die Zahl der (wiedereingefangenen) roten Stücke darin (= c).
4. Man schätze daraus die Zahl der Smarties der Grundgesamtheit.
5. Man schütte die Stichprobe zurück in die Tüte und wiederhole den Vorgang 9mal.
6. Man berechne das arithmetische Mittel aus den 10 Stichproben.
7. Abschließend zähle man die Smarties der Modell-Population und vergleiche die Anzahl mit den Schätzungen aus den Stichproben.

Einige so erhaltene Resultate sind in der Tabelle 1 genannt.

Tabelle 1

Nr. der Stichprobe n	Fanggröße	Anzahl der markierten Individuen bei diesem Fang	Schätzwert für die Größe der Population auf Grund der einzelnen Stichprobe	Schätzwert für die Größe der Population, ermittelt aus den Stichprobendurchschnitten der Stichproben 1 bis n
1	17	3	90,7	90,7
2	32	3	170,7	130,7
3	27	3	144,0	135,1
4	28	2	224,0	151,3
5	25	4	100,0	137,6
6	21	3	112,0	133,3
7	25	4	100,0	127,3
8	22	2	176,0	131,3
9	28	4	112,0	128,6
10	24	5	76,8	120,7
			Auszählung der Population	120

Schätzung der Populationsgröße bei Anwendung der Markierungsmethode. Die Zahl der markierten Stücke betrug a = 16.

Diskussion

Das Abzählen der Smarties in der Schachtel dient als Kontrolle der geschätzten Populationsgröße und daher auch der Verlässlichkeit der Methode. Die Schüler sind stets beeindruckt von der guten Übereinstimmung zwischen der Schätzung und dem realen Wert. Daher sind sie auch von der angewendeten Schätztechnik überzeugt. Sie registrieren erstaunt, daß die einzelnen Schätzungen erheblich variieren können (von gerundet - 77 bis 224, siehe Tabelle 1), daß jedoch der Mittelwert aus allen Stichproben so überzeugend ausfällt. Man kann hieran sehr schön den Vorteil wachsender Stichprobenumfänge demonstrieren.

Es ist jedem einsichtig, daß man für solch hohe Zuverlässigkeit eines Schätzwertes die Stichproben aus stets derselben Grundgesamtheit entnehmen muß. Doch ist es häufig so, daß in der Natur die Voraussetzungen, die für die kor-

rekte Anwendung einer Auswertungsmethode unabdingbar sind, nicht realisiert werden können - im Gegensatz zu einer Modellsituation. So ist es in der Ökologie oft wertlos, nach der Markierung mehr als eine Stichprobe zu ziehen.

Weiterhin darf sich die Zahl der markierten und wieder ausgesetzten Individuen in der Population vor der Entnahme der Stichprobe nicht verändern, eine Forderung, die die Smarties erfüllen. Anders in einer biologischen Population, wo man damit rechnen muß, daß diese Anzahl mit der Zeit abnimmt, denn die markierten Individuen können unter Umständen in der freien Natur die vom Versuchsleiter betrachtete Population verlassen, sie können sterben, und einige verlieren wohl auch ihre Markierung. Die Schüler sollten sich daher unter Verwendung der Smarties Experimente ausdenken, um herauszufinden, welchen Einfluß der Verlust einer unbekannt Anzahl von Markierungen auf den Schätzwert hat. Man überschätzt nämlich dann die Größe der Grundgesamtheit, da ja die verringerte Anzahl der markierten Individuen aus der Stichprobe, d. h. c, für d in der Gleichung $ab/c = d$ zu einer Vergrößerung führt. Tabelle 2 listet solche Versuchsergebnisse auf, wobei die Zahl der markierten Individuen von 16 auf 12 reduziert wurde.

Tabelle 2

Nr. der Stichprobe	Fanggröße	Anzahl der markierten Individuen bei diesem Fang	Schätzwert für die Größe der Population auf Grund der einzelnen Stichprobe	Schätzwert für die Größe der Population, ermittelt aus den Stichprobendurchschnitten
1	22	2	176,0	176,0
2	22	3	117,3	140,8
3	23	2	184,0	153,1
4	29	5	92,8	128,0
5	28	3	149,3	132,3
6	19	2	152,0	134,6
7	31	2	248,0	146,5
8	23	3	122,7	143,3
9	28	2	224,0	150,0
10	29	3	154,7	150,5
Auszählung der Population				116

Sie zeigt den Einfluß des Verlusts von Markierungen auf den Schätzwert der Populationsgröße.

Die Zahl a der gekennzeichneten Objekte in der Population betrug 16, wurde jedoch vor der Entnahme der Stichproben auf 12 verringert.

Die Größe der Population als Ganzes muß ebenfalls während der Versuchsdurchführung konstant bleiben. In der Natur besteht jedoch immer die Gefahr von Zuwanderungen in die Population und von Geburten, so daß die Zahl unmarkierter Individuen wächst. Geschieht dies, wird die Grundgesamtheit wiederum überschätzt, wie die Schüler experimentell leicht herausfinden können (und wie aus der Schätzformel leicht ablesbar ist). Analog folgt, daß eine Verringerung der unmarkierten Individuen zu einer Unterschätzung der Populationsgröße führt.

Diese Effekte zeigen sich, wenn Smarties beiseite gelegt oder heimlich gegessen werden. Zu Beginn der Unterrichtseinheit wurden die Schüler gebeten, die Resultate nicht durch Wegfüttern einiger Smarties zu ruinieren. Sie wurden darauf aufmerksam gemacht, daß eine solche Manipulation, sollte sie doch geschehen, sehr wahrscheinlich entdeckt würde. Eine Klasse bemerkte dann auch sofort, daß die Durchschnitte bei einer Schülerin durchweg über der wahren Populationsgröße lagen. Der Grund, so unterstellte man messerscharf, läge im Verspeisen einiger Smarties. Die Arme lief prompt puterrot an, verwirrt darüber, daß ihr Geheimnis offenbar geworden war. Sie gestand, zwei rote Smarties gegessen zu haben. Einerseits amüsierten sich die Schüler über diesen Vorfall, andererseits waren sie beeindruckt, daß er überhaupt entdeckt worden war.

Fazit: Ändert sich eine Population auf oben beschriebene Weise(n), so ist der nächste Fang für die Grundgesamtheit nicht mehr kennzeichnend. Er ist dann Ursache für irreführende Schätzwerte.

Die geschilderte Methode muß insofern vorsichtig eingesetzt werden, als die Anzahl der markierten Individuen mehr als 10 % der Population ausmachen sollte und mindestens 10 Stichproben entnommen werden sollten. Unter diesen Bedingungen ist ein Schätzwert voraussagbar, der so nahe am wahren Wert liegt, daß alle Schüler von der Methode beeindruckt werden. Danach kann man darangehen, die Einflüsse bei weniger Stichproben und bei kleineren Stichprobenumfängen zu untersuchen. In jedem dieser Fälle ist zu beachten, daß - vor allem bei nur einer einzigen Stichprobe - der errechnete Schätzwert von einem recht großen Schätzbereich umgeben ist. Man quäle sich also bei den einzelnen Durchschnitten nicht über die erste Nachkommastelle hinaus, da dies nur eine arithmetische Scheingenauigkeit vortäuschen würde. Die letztendlich errechnete Zahl ist nicht mehr, aber auch nicht weniger, als ein Schätzwert.