

Umgekehrt wird ein Schuh draus: Die Eiger-Nordwand ist ein flacher Hang. Ein Beispiel zur Darstellung funktionaler Zusammenhänge

CHRISTOPH MOHR, WINNENDEN

Zusammenfassung: Die Interpretation von Statistiken und Grafiken bereitet nicht nur vielen Schülern, sondern auch vielen Erwachsenen große Probleme. Ebenfalls nicht gut bestellt ist es um das ökonomische und finanzielle Allgemeinwissen großer Teile der Bevölkerung. Kommt nun beides zusammen, d.h. wird eine Grafik zu einem steuerlichen oder wirtschaftlichen Zusammenhang präsentiert, ist das Verständnis ganz besonders gefordert. Umso wichtiger sollte es dann sein, die Darstellung so zu gestalten, dass der Zugang zur Interpretation erleichtert wird. Eine für Mathematiker zumindest ungewohnte Darstellung präsentiert Hans-Werner Sinn in seinem Bestseller *Ist Deutschland noch zu retten?* Sie ist letztlich ein Beispiel dafür, mit welcher unüblichen Darstellungen ein Leser fertig werden muss.

1 Einleitung

Die intensive Beschäftigung mit wirtschaftlichen und finanziellen Zusammenhängen in den Schulen ist in den letzten Jahren mehrfach eingefordert worden. So diagnostizierten die Journalisten Marc Brost und Marcus Rohwetter: „Für Analphabeten ist die moderne Gesellschaft ein Horror. Für finanzielle Analphabeten ist sie es auch. Doch die Schulen unterrichten weiter, als ob sie die Realität nichts angehe.“ (Brost/Rohwetter[2003], S. 151) Diese Behauptung – für die durchaus akzeptable Gründe angeführt werden – ebnet den Weg zur Forderung: „Ein Staat, der seine Bürger immer stärker zur eigenverantwortlichen Lebensplanung zwingt, sollte so fair sein, ihnen die Fähigkeiten zu vermitteln, die sie dafür brauchen. Auch und gerade den Kindern.“ (Brost/Rohwetter[2003], S. 144) Auch den Zeitungen ist diese Forderung immer mal wieder eine Schlagzeile wert.¹

Diese Diskussion soll an dieser Stelle nicht geführt werden, zumal es immer wieder Beiträge auf dem Büchermarkt gibt, die nicht nur versuchen, wirtschaftliche Zusammenhänge populärwissenschaft-

lich zu erläutern, sondern die mit diesem Anliegen – zumindest gemessen am Umsatz – auch Erfolg haben und also hohe Verkaufszahlen erzielen. Eines dieser erfolgreichen Bücher stammt vom Direktor des Münchner ifo Instituts für Wirtschaftsforschung, Hans-Werner Sinn.

2 Die Eiger-Nordwand von H.-W. Sinn

„Ist Deutschland noch zu retten?“ fragt Sinn im Titel seines Buches (Sinn[2004]) und plädiert nach einer Analyse der derzeitigen wirtschaftlichen Situation in Deutschland für umfassende und schonungslose Reformen. Ob seine Analyse zutreffend und die vorgeschlagenen Reformen zielführend sind, sei dahingestellt.² Ich möchte ein Beispiel aus dem Buch von Sinn herausgreifen, das belegt, dass dem Mathematiker vertraute und als verlässlich geltende Standards in der Darstellung funktionaler Zusammenhänge manchmal – aus welchen Gründen auch immer – missachtet werden und unberücksichtigt bleiben.

Unter der Überschrift „Der Michel vor der Eiger-Nordwand“ zeigt Sinn eine Grafik, in der ein Strichmännchen mit hängenden Mundwinkeln sich anschickt, einen Berg zu erklimmen, der sich als rote Kontur nahezu senkrecht vor ihm aufbaut und etwas oberhalb der Höhe des Kopfes erst in eine Steigung übergeht, die ein Normalsterblicher zu bezwingen in der Lage scheint (Abb. 1).

„Die Abbildung beruht auf exakten Berechnungen des ifo Instituts und zeigt den Zusammenhang zwischen dem monatlichen Bruttoeinkommen und dem Nettoeinkommen für eine vierköpfige Familie, wobei das deutsche Fördersystem mitsamt des Steuer- und Sozialabgabensystems und des Kindergeldes auf der Basis der gesetzlichen Regeln des zweiten Vierteljahres 2003 dargestellt ist.“ (Sinn[2004], S. 180f.)

¹ So berichten die *Stuttgarter Nachrichten* in ihrer Ausgabe vom 9. März 2005 unter der Überschrift „Lockangebote in die Schuldenfalle“ über ein Gutachten des Münchner Instituts für Grundlagen- und Programmforschung, wonach nur eine Minderheit der Bevölkerung über ausreichendes Finanzwissen verfüge. Vgl. Klotzbücher[2005].

² Dass man diesbezüglich unter Ökonomen nicht einer Meinung ist, belegt die Schrift *Wir sind besser, als wir glauben* von Peter Bofinger, die sogar mit dem verheißungsvollen und beziehungsreichen Untertitel „Wohlstand für alle“ auftritt – Ludwig Erhard lässt grüßen! Bofinger ist in vielen Punkten anderer Meinung als Sinn (Bofinger[2005]).

Die Eiger-Nordwand: Verheerende Wirkung des Lohnersatzsystems

(Arbeitseinkommen, Sozialhilfe, Kindergeld, Lohnsteuern, AN-Beiträge zur SV;
Familie mit zwei Kindern)

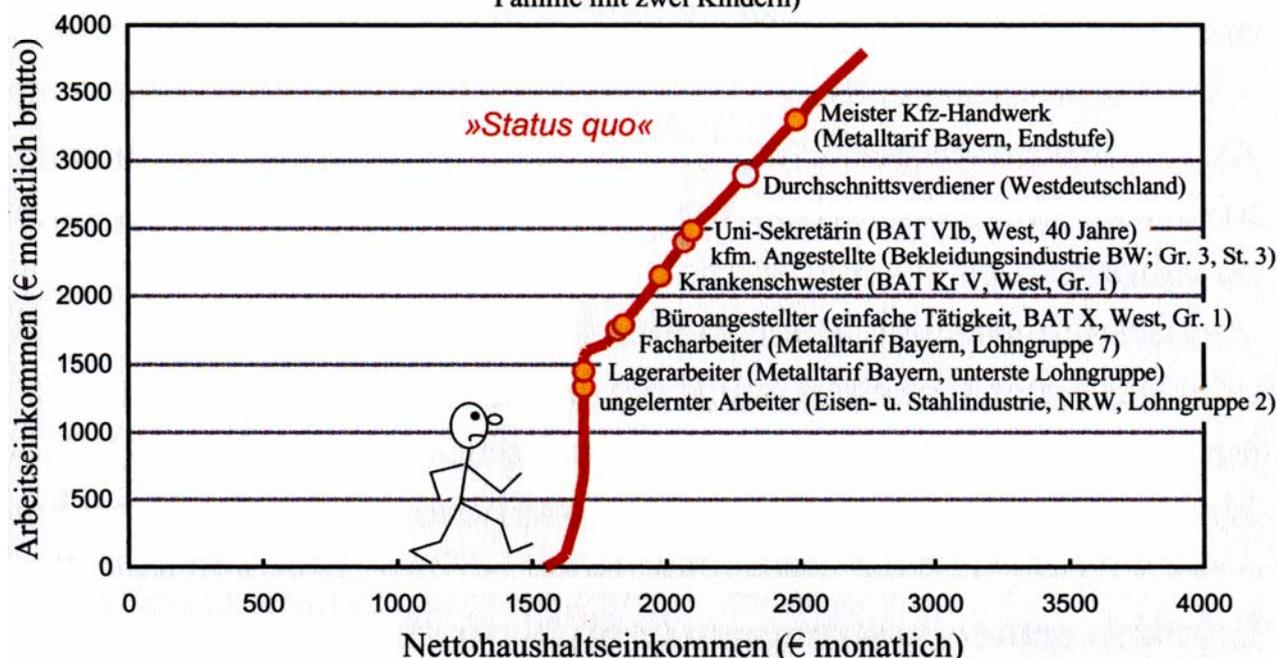


Abbildung 1: Die Originaldarstellung

Die Überschrift und der Text stellen klar: Wir – oder besser gesagt Michel, das verbissene Strichmännchen oder auch der deutsche Durchschnittsbürger, – stehen vor der Eiger-Nordwand, die sich unbezwingbar vor uns erhebt. Doch was steckt tatsächlich hinter dieser graphisch dargestellten nahezu senkrechten „Wand“? Unterhalb des wackeren Männchens finden sich die Zahlen von 0 bis 4000 in 500er-Schritten und die Erläuterung „Nettohaushaltseinkommen (€ monatlich)“. Nun gut, denkt sich der Leser, das ist eine Achse nach rechts und da sind Geldbeträge aufgetragen. Mit geschultem Blick erkennt der Leser am linken Rand der Grafik eine weitere Skala mit den gleichen Zahlen (von unten nach oben) und der Skalenbezeichnung „Arbeitseinkommen (€ monatlich brutto)“, wobei auffällt, dass die Abstände auf dieser Achse anders gewählt sind als auf der waagerechten Achse. Dem Brutto-Arbeitseinkommen entsprechend finden sich auf unterschiedlichen Höhen der rot dargestellten Bergwand verschiedene Berufsbezeichnungen.³

³ Das Schaubild stellt zwar die Zusammenhänge für eine vierköpfige Familie dar, die angegebenen Berufe stehen jedoch exemplarisch für das jeweilige Bruttoeinkommen, das ein in ihnen tätiger Alleinverdiener der Familie erzielt. Wenn der

Wiederum sagt sich der Leser, dass es sich um eine Achse nach oben handelt, auf der ebenfalls Geldbeträge aufgetragen sind.⁴ Wenn er sich weiterhin an seine Schulzeit zurückerinnert und dabei z.B. an den Physikunterricht denkt, in dem es sicherlich häufig darauf ankam, Zusammenhänge zwischen zwei Größen graphisch darzustellen, weiß er vielleicht noch, dass man in solchen Fällen regelmäßig von einer so genannten unabhängigen Variablen und einer abhängigen Variablen spricht.⁵

Ehepartner hinzuverdient, addiert sich dessen Bruttoeinkommen zum ersten hinzu.

⁴ Der weniger geübte Leser denkt vielleicht an x -Achse und y -Achse. Diese Bezeichnungen sind jedoch nur sinnvoll, wenn auf den entsprechenden Achsen tatsächlich Werte aufgetragen werden, die die Variablen x und y aus dem entsprechenden Kontext annehmen. Die allermeisten alltagsüblichen derartigen Grafiken stellen jedoch die Werte anderer Variablen (in der Physik z.B. Weg s und Zeit t) dar, so dass die Bezeichnungen entsprechend zu wählen sind (etwa Zeitachse oder Wegachse). Wenn x und y im Kontext nicht vorkommen, ist es sinnlos, von x -Achse oder y -Achse zu reden.

⁵ In der modernen, d.h. mengentheoretischen Fassung des Funktionsbegriffs kommt dieser Aspekt zwar genau genommen nicht vor, doch gehört er zum inhaltlichen Verständnis der Funktion als eindeutiger Zuordnung dazu, so dass man aus didaktischen Erwägungen auf die Begriffe der abhängigen und unabhängigen Variablen nicht verzichten sollte, zumal diese sich bei außermathematischen Anwendungen fast immer ohne Mühe ergeben.

Im Mathematikunterricht wird die unabhängige Variable meist mit x , die abhängige mit y bezeichnet, aber das muss natürlich nicht sein. In der Physik sind es Weg-Zeit-Diagramme oder Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme, in denen die Zeit t stets die Rolle der unabhängigen Variablen übernimmt. Die in allen Fällen dahinter stehende Idee ist, dass der Wert der unabhängigen Variablen gleichsam wie eine Stellschraube (oder ein Schieberegler) verstellt wird, worauf die davon abhängige Variable entsprechend „reagiert“ und einen ggf. anderen Wert annimmt. Es hat sich eingebürgert, dass bei einer grafischen Darstellung eines derartigen Zusammenhangs in einem kartesischen Koordinatensystem⁶ die unabhängige Variable als Abszisse dient und auf der Rechtsachse (Abszissenachse) aufgetragen wird, während die abhängige Variable die Ordinate darstellt und auf der Hochachse (Ordinatenachse) aufgetragen wird.

3 Aus der Wand wird eine flache Rampe

Man muss sich also fragen, welches in dem Kontext, um den es Sinn geht, die unabhängige und welches die abhängige Variable ist. Nun, die Frage ist leicht beantwortet – geht es Sinn doch um die Frage, wie das monatlich im Haushalt zur Verfügung stehende Nettoeinkommen vom Brutto-Arbeitseinkommen abhängt, dargestellt am Beispiel einer vierköpfigen Familie. Daraus wird sofort klar, dass das Brutto-Arbeitseinkommen die unabhängige Variable ist – die also üblicherweise auf der Rechtsachse aufzutragen wäre – und das Nettoeinkommen die abhängige Variable – die auf der Hochachse erscheinen sollte. Ebenfalls unüblich ist, wie schon angedeutet, zur Darstellung eines Zusammenhangs zwischen zwei gleichen Größen (hier: Geld) auf den beiden Achsen eine unterschiedliche Skalierung zu verwenden. Auch dies verzerrt die Darstellung im Hinblick auf die Steigung des Graphen.

Die Grafik sollte also – aus der Sicht des Mathematikers – so aussehen wie in Abb. 2, und es sei an dieser Stelle die Aussage gewagt, dass jeder einigermaßen mit *mathematical literacy* begabte Leser die Aussage dieser Darstellung schneller erfasst als diejenige der ursprünglichen. Auch die zentralen Aussagen von Sinns Argument sind sofort

im Blick:⁷ 1. Ein nicht vorhandenes monatliches Brutto-Arbeitseinkommen (0 €) hat ein monatlich verfügbares Netto-Haushaltseinkommen von 1550 € zur Folge (bestehend aus Sozialhilfe, zzgl. Mietzuschuss und Kindergeld). 2. Zwar führt ein Hinzuverdienst von bis zu 70 € ohne Abzüge zu einer entsprechenden Steigerung des Nettoeinkommens, ist der Verdienst jedoch höher als 70 € bewirkt ein Transferentzug⁸ von 85% (bis 700 € bzw. von sogar 100% (ab 700 €) des Hinzuverdiensts eine nur geringe oder sogar verschwindende Steigerung des Nettoeinkommens. So führt beispielsweise ein Anwachsen des Brutto-Arbeitseinkommens von 0 auf knapp 1500 € (das z.B. ein Lagerarbeiter als Alleinverdiener der Familie erzielen kann) nur zu einer relativ geringen Erhöhung des Nettohaushaltseinkommens. Dies schildert Sinn sehr bildlich:

„Für den Michel [...] stellt der Transferentzug in vielen Fällen ein unüberwindliches Hindernis dar, geradezu eine Eiger-Nordwand, die er erklimmen muss, bevor er in den Bereich eines sachteren Anstiegs gelangt, wo es ihm möglich wird, als Ergebnis seiner Anstrengungen beim Nettoeinkommen voranzukommen.“ (Sinn[2004], S. 182)

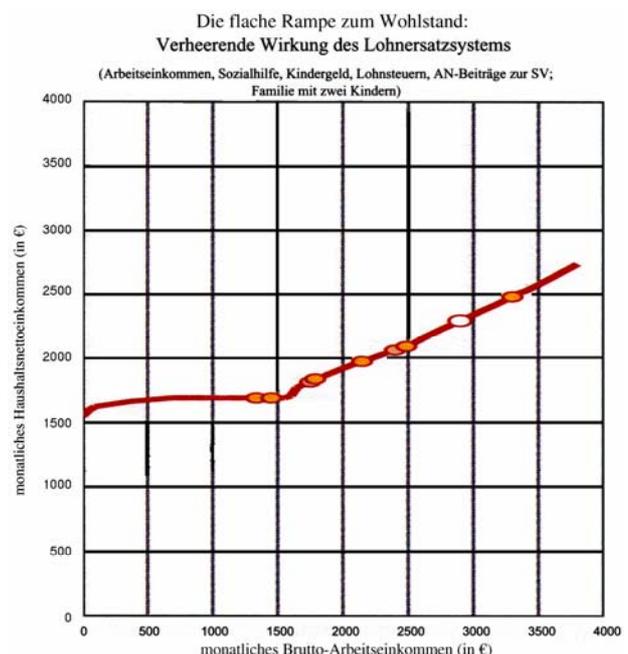


Abbildung 2: Eine überarbeitete Version von Abb. 1

⁷ Die nachfolgenden Zahlen sind aus den Grafiken nicht exakt herauslesbar; sie entstammen alle dem Text des Buches von Sinn. Die Aussagen sind jedoch qualitativ erkennbar.

⁸ Unter Transferentzug versteht man die Anrechnung regulärer Einkommen auf die Sozialhilfe bzw. allgemein auf staatliche Transferleistungen. Ein Transferentzug von 85% hat also zur Folge, dass 85% des erzielten Einkommens auf die Transferleistung angerechnet werden, diese also entsprechend gekürzt wird. Die restlichen 15% bleiben hierbei unberücksichtigt und tragen ungeschmälert zum Nettoeinkommen bei.

⁶ René Descartes (1596–1650, latinisiert Cartesius) und Pierre de Fermat (1607/08–1665) führten die Koordinatenmethode nahezu gleichzeitig und unabhängig voneinander im Jahre 1637 ein, vgl. Scriba/Schreiber[2003], S. 300.

Erst ab einem Monatslohn von 1570 € entsprechend einem Stundenlohn von 10 € ist eine Steigerung des Bruttoeinkommens mit einem maßgeblichen Anwachsen des Nettoeinkommens verknüpft:

„Bezwingen können die Eiger-Nordwand nur Personen, die hinreichend leistungsfähig sind, um weit über zehn Euro brutto in der Stunde verdienen zu können. Wer nicht zu dieser Gruppe gehört, der darf nicht mitmachen. Unter Strafe des Absturzes aus der Wand ist ihm die Integration in die Arbeitswelt faktisch verboten.“ (Sinn[2004], S. 183)

Alle diese Aussagen sind verbal weder einfach zu formulieren noch unmittelbar zu erfassen und das ist ja auch der Grund, warum die grafische Darstellung so große Vorteile hat, zumindest dann, wenn sie so ausgeführt ist, wie man es gewohnt ist. Der Leser möge zum Vergleich die genannten Aussagen anhand der Originaldarstellung verifizieren.

Bedauerlicherweise ist mit der Standarddarstellung nun die Metapher der Eiger-Nordwand gänzlich untauglich geworden: Was vorher eine steil aufragende Wand war, ist zur harmlosen, zu Beginn sanft und später etwas steiler ansteigenden Rampe geworden, die jeder bequem hinauflaufen kann. Man könnte jedoch auch sagen, dass diese flache Rampe erst spät und auch dann nur mit einer armseligen Steigung zum selbstverdienten Wohlstand führt. Wie dem auch sei: Es ist für den Autor des Buches sehr schade, auf die Eiger-Nordwand verzichten zu müssen, denn beim Weiterlesen wird klar, dass er – wie weiter unten erläutert werden wird – auf eine ganze Batterie weiterer dankbarer Metaphern hätte verzichten müssen, wenn er die übliche Darstellung gewählt hätte. Das scheint also der Grund zu sein, warum Sinn, dem wir unterstellen, dass er hinreichend mit derartigen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge vertraut ist, diese unorthodoxe – und daher vielleicht verwirrende – Art der Darstellung gewählt hat.

4 Variationen zur Eiger-Nordwand

Wie geht die Geschichte weiter? Im nächsten Abschnitt „Das Mainzer Modell: nur eine Höhle in der Eiger-Nordwand“ berichtet Sinn von dem im Jahre 2002 gestarteten und „schon ein Jahr später wegen erwiesener Wirkungslosigkeit wieder abgeschafft[en]“ (Sinn[2004], S. 189) Versuch, durch Zuschüsse zu Bruttoeinkünften im Bereich von 325 € bis 1707 € den Einstieg in die Berufstätigkeit

zu motivieren. Die dazugehörige Grafik zeigt Abb. 3 (Sinn[2004], S. 190).

Mit diesem Schaubild hat der erfahrene Mathematiker geradezu reflexartig Probleme. Gewohnt, zu jedem Wert der Rechtsachse höchstens einen Punkt im Schaubild zu finden, scheint der irritierende Schluss nahe zu liegen: Das ist ja gar keine Funktion. Doch, natürlich ist es eine, aber nur, wenn man zu jedem Wert der Hochachse höchstens einen Wert der Rechtsachse finden darf – und das gelingt! Aber was bieten sich nun für schöne Wendungen an:

„Mit dem Mainzer Modell wurde dem Michel eine Höhle in die Eiger-Nordwand gegraben. Damit wurde ihm jedoch nicht geholfen, die Eiger-Nordwand zu bezwingen. Im Gegenteil: Michel kam in die Höhle leicht hinein und konnte es sich dort bequem machen. Nur nach oben kam er nicht weiter. Er hätte ja schon am steilen Dach der Höhle entlang über einen gefährlichen Felsüberhang hinweg klettern müssen. Das aber schaffte er beim besten Willen nicht, und probieren wollte er es auch nicht. Er war ja nicht lebensmüde.“ (Sinn[2004], S. 191)

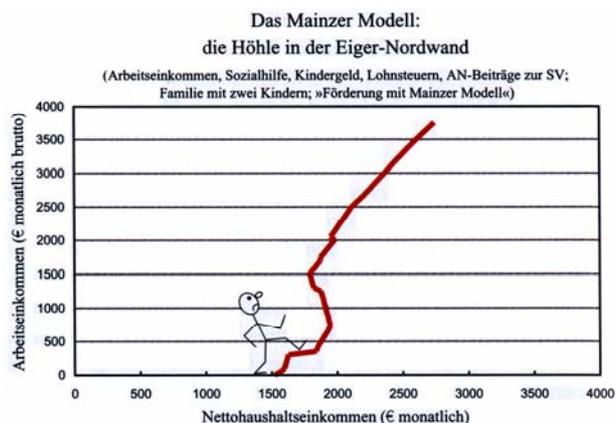


Abbildung 3: Sinns Darstellung für das Mainzer Modell

Zugegeben: Die von uns vorgezogene Art der Darstellung (Abb. 4) lässt es nicht zu, von einer Höhle oder gar einem unüberwindlichen Felsüberhang zu reden. Doch immerhin kann man von einem anfänglichen Anstieg und einem anschließenden irritierenden oder gar widersinnigen Rückgang reden – ganz so wie sich das Nettoeinkommen bei wachsendem Bruttoeinkommen in diesem Modell verhält. Dieses Verhalten widerspricht jedoch dem gesunden Menschenverstand, denn wer wird schon mehr arbeiten und sein Bruttoeinkommen steigern, um nachher netto weniger in der Lohntüte zu haben? Wer es tut, mag angesichts dieses bizarren funktionalen Zusammenhangs unvernünftig handeln, doch wieso – die Frage muss erlaubt sein – ist er deswegen lebensmüde, wie es

Sinn unterstellt? Nun, der Leser möge selber entscheiden, welche Darstellung verständlicher ist.

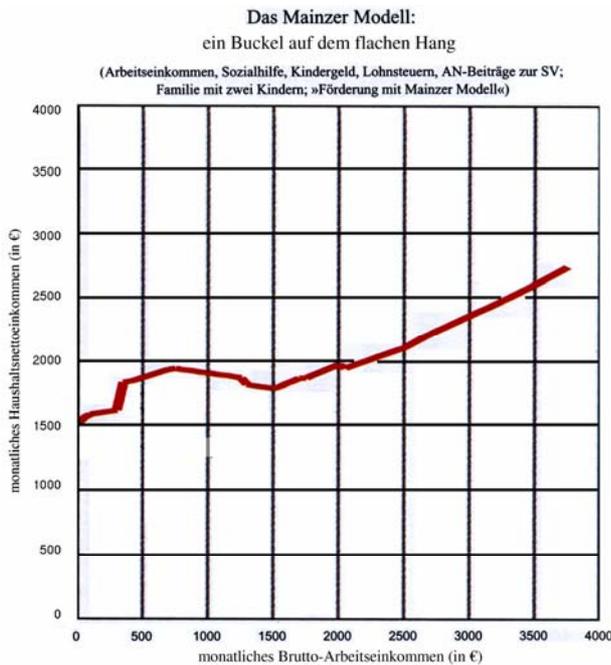


Abbildung 4: Das Mainzer Modell in überarbeiteter Darstellung

Ein drittes Mal verwendet Sinn die Metapher der Eiger-Nordwand: Er stellt eine mögliche Reform und die daraus resultierende Grafik (Abb. 5) vor (Sinn[2004], S. 204). Die Interpretation ist wiederum hinreißend blumig:

„Bildlich gesprochen wird die obere Kante der Eiger-Nordwand abgebrochen, und das so frei werdende Geröll wird verwendet, um am Beginn des Hanges einen sachteren Abhang anzuschütten. Nun kommt der Michel auf jeden Fall bequem ein Stück weit aus dem Tal heraus, und danach kann er den Einkommensberg mit einer gewissen Anstrengung, die man ihm zumuten kann, weiter erklimmen. Senkrechte Stücke im Pfad oder gar gefährliche Überhänge wie beim Mainzer Modell werden vermieden.“ (Sinn[2004], S. 203)

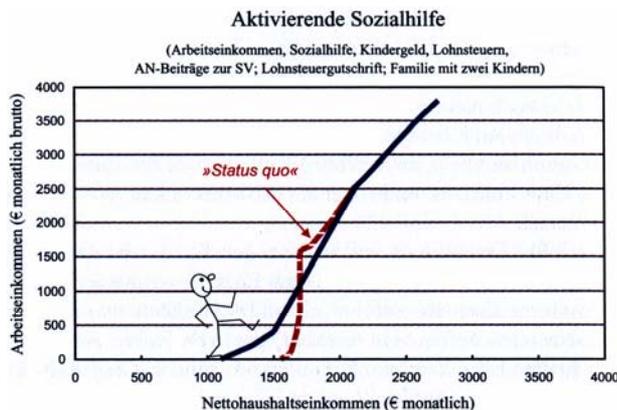


Abbildung 5: Das Schaubild zur aktivierenden Sozialhilfe von Sinn

Es sei dem Leser überlassen, durch Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden die Standarddarstellung zu erzeugen und diese ähnlich blumig zu interpretieren.

Wenngleich die Art der Darstellung des zu veranschaulichenden Problems anhand der „Eiger-Nordwand“⁹ hier kritisch kommentiert wird, sei zum Abschluss betont, dass durch diese Detailkritik die Aussagen des Buches in keiner Weise diskreditiert werden sollen. Vielmehr bietet das Buch von Sinn vielfältige weitere Beispiele, funktionale Zusammenhänge des Wirtschaftsgeschehens zu diskutieren – ganz zu schweigen von anderen interessanten und bedenkenswerten Beiträgen.

5 Schlussfolgerungen

Unsere Kultur ist ein in höchstem Maße auf Konventionen beruhendes Zeichensystem. Dies gilt nicht nur für die gesprochene oder geschriebene Sprache. Auch die Mathematik hat unzählige Beiträge zu unserem kulturellen Zeichensystem beigetragen, deren Bedeutung man sich meist nicht in voller Tiefe klar macht. Es stellt sich die Frage, inwieweit die mentale Repräsentation eines funktionalen Zusammenhangs an eine bestimmte graphische Darstellung geknüpft ist. Auf jeden Fall lässt die Art der Darstellung unterschiedliche Deutungen zu. Interessant ist hierbei, dass diese unterschiedlichen Deutungen jeweils eigene Metaphern evozieren, woran sich die Frage anschließt, inwieweit diese Metaphern wiederum die mentale Repräsentation mitgestalten. Vielleicht sollte man im Sinne einer fehlerfreien und effizienten Kommunikation auch in diesem Falle auf bewährte Konventionen unseres Zeichensystems zurückgreifen. Innerhalb des mathematischen Diskurses gehört die graphische Darstellung eines funktionalen Zusammenhangs mit der unabhängigen Variablen auf der Rechtsachse und der abhängigen Variablen auf der Hochachse dazu; doch wie steht es hiermit, wenn derartige Inhalte populärwissenschaftlich – also einem breiteren, und nur durch die mathematische Schulbildung vorgeprägten Publikum – dargeboten werden?

Literatur:

Bofinger, Peter (2005): *Wir sind besser, als wir glauben*, München: Pearson

⁹ Die Eiger-Nordwand ist mittlerweile so etwas wie ein Markenzeichen von Hans-Werner Sinn, vgl. Sinn[2005]

- Brost, Marc/Rohwetter, Marcus (2003): *Das große Unvermögen*, Weinheim: Wiley-VCH
- Klotzbücher, Sabine (2005): „Lockangebote in die Schuldenfalle“; in: *Stuttgarter Nachrichten* vom 09.03.05
- Scriba, Christoph J./Schreiber, Peter (²2003): *5000 Jahre Geometrie*. Berlin/Heidelberg/New York: Springer
- Sinn, Hans-Werner (⁵2004): *Ist Deutschland noch zu retten?*, München: Econ (¹2003)
- Sinn, Hans-Werner (2005): „Eigernordwand“, in: *Wirtschaftswoche* vom 28.04.05, vgl. http://www.cesifo-group.de/portal/page?_pageid=36,105298&_dad=portal&_schema=PORTAL&item_link=ifostimme-WiWo-28-04-05.htm [Abruf am 29.01.06]

Anschrift des Verfassers:
Christoph Mohr
Königsberger Ring 20
71364 Winnenden
mohr@lmg-remseck.de

Anmerkung: Dem Gutachter, Herrn Hans-Dieter Sill, danke ich für aufmerksame Lektüre und wertvolle Anregungen.