Rezension: Herbert Kütting und Martin J. Sauer: Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte, 2. Auflage Berlin: Springer Verlag 2008

Katja Krüger, Frankfurt a. M.

Das von Herbert Kütting 1999 herausgegebene Lehrbuch zur Elementaren Stochastik wurde unter Mitarbeit von Martin J. Sauer überarbeitet und liegt jetzt in stark erweiterter zweiter Auflage vor. Wie bereits in der Erstauflage legen die Autoren besonderen Wert auf Beispiele und Übungsaufgaben. Sie seien „beide für das Verstehen von Mathematik von eminenter Bedeutung", heißt es im Vorwort, und dem wird sicher jeder Lernende gern zustimmen. Im Vordergrund stehen ausgewählte Kapitel der Wahrscheinlichkeitstheorie als wesentlicher Bestandteil der „Mathematik des Zufalls". Grundlagen in Beschreibender Statistik und Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Beurteilenden Statistik sind dagegen selten Bestandteil dieses Lehrbuchs, das sich an Lehramtsstudierende und Studierende in Bachelor- und Masterstudiengängen des Fachs Mathematik sowie an Mathematiklehrer richtet. Der Buchtitel „Elementare Stochastik" wirkt insofern etwas irreführend. Nicht nur für Lehrer werden einzelne Gesichtspunkte in ergänzenden didaktischen Anmerkungen und Hinweisen erfreulich hervorgehoben und vertieft, z. B. der Einsatz von Baumdiagrammen und Feldertafeln, verschiedene Lösungswege und Aufgabenvarianten.

Die Buchthemen im Einzelnen

Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte – der Untertitel deutet es bereits an: Es geht in erster Linie um Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

> „Die Wahrscheinlichkeitstheorie (heute spricht man allgemeiner von Stochastik) unterwirft den Zufall soweit wie möglich dem mathematischen Denken, sie versucht, den Zufall durch mathematisches Denken zu entschlüsseln." (Kapitel I, S. 8).

Dieser engen Auslegung von „Stochastik" stimmt d. Ref. nicht zu. Als Einstieg dienen zwar verschiedene Beispiele von Zufallserscheinungen in Natur (-Wissenschaft) und Technik, und die Autoren versprechen, elementare Kenntnisse darüber zu vermitteln, wie die Wissenschaft mit der Erforschung zufälliger Massenerscheinungen fertig wird. Tatsächlich ist davon im folgenden Lehrbuchtext aber eher selten die Rede. Das Thema mathematische Wahrscheinlichkeit steht dafür im umfangreichen Kapitel II auf 160 Seiten eindeutig im Vordergrund. Ausgehend vom berühmten Briefwechsel zwischen Pascal und Fermat wird ein lebendiger Eindruck von der historischen Entwicklung der klassischen und der frequentistischen Wahrscheinlichkeiten vermittelt. Hier lassen die Autoren den Leser auf sehr gut lesbare Weise an Gedankengängen, Argumentationen, aber auch an Fehlschlüssen teilhaben, die die Anfänge der Wahrscheinlichkeitsrechnung begleiteten. Unter der Überschrift „Modellbildungsprozess" werden anhand der klassischen Zufallsexperimente mit Spielwürfeln, Münzen, Glücksrad und Urne behutsam die in stochastischen Modellen üblichen Sprechweisen und Begriffe entwickelt (Wahrscheinlichkeitsräume, Mengensprache). Ausführlich kommt das Axiomensystem von Kolmogoroff mit Folgerungen zur Sprache, zunächst für endliche Wahrscheinlichkeitsräume (Kapitel II.4) und in der erweiterten zweiten Auflage auch für (über)abzählbare Wahrscheinlichkeitsräume (Kapitel VII). Neu hinzugekommen ist außerdem ein Kapitel II.5 über geometrische Wahrscheinlichkeiten, das einen Ausblick auf stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen gibt. Hier werden das Paradoxon von Bertrand und das Buffon'sche Nadelproblem ausführlich erläutert und kommentiert. Der Abschnitt II.6 „Kombinatorisches Zählen" wurde im Vergleich zur Erstauflage stark erweitert und behandelt – ausgehend von Beispielen – die vier grundlegenden kombinatorischen Figuren samt Anwendungen. Dabei werden jeweils die beiden Sichtweisen „Ziehung aus einer Urne" (Stichproben) und „Belegung von Plätzen" (Permutationen und Kombinationen) eingenommen. Abschließend wird ein Modell zur Lösung von Kombinatorikaufgaben in Form eines Flussdiagramms vorgestellt. Weitgehend aus der ersten Auflage übernommen wurden die Kapitel III bis VI zu Simulationen und Zufallszahlen, Zufallsvariablen, diskrete Verteilungen, Erwartungswert und Varianz, der Ungleichung von Tschebyscheff sowie dem schwachen Gesetz der großen Zahlen von Bernoulli. Den Abschluss bilden die neuen Kapitel VII und VIII, in denen allgemeine Wahrscheinlichkeitsräume sowie Verteilungs- und Dichtefunktionen am Beispiel der Rechteck-, der Exponential- und der Normalverteilung behandelt werden.

Die wichtigsten Definitionen und Sätze sowie Lösungen klassischer Probleme werden anhand von

Beispielen erläutert. Die einführenden Beispiele zur Modellierung sind eher ungünstig gewählt. Hier tritt die Modellbildungsperspektive durch die Wahl der Zufallsgeneratoren Würfel und Glücksrad nicht deutlich hervor (S. 31). Bei der Modellierung des Schere-Stein-Papier-Spiels werden die vereinfachenden Modellannahmen (kein „System“) nicht reflektiert – im Gegensatz zur (ungewohnten) stochastischen Modellierung des radioaktiven Zerfalls (S. 62). Gelungen ist die Anordnung der jeweils einführenden und vertiefenden Beispiele zur Theorie des kombinatorischen Zählens. Das Paradoxon des Chevalier de Méré eignet sich weniger als Beispiel für einen Widerspruch von Theorie und Erfahrung: Denn leider problematisieren die Autoren nicht, wie dieser „aus Erfahrung“ wissen konnte, dass es sich nicht lohnt, darauf zu wetten, in 24 Würfen mit zwei Würfeln mindestens eine Doppel-Sechs zu erzielen. Diese Fragestellung wäre eine passende Anwendung für das Thema Simulationen (Kapitel III) gewesen: Wie oft hätte de Méré eigentlich würfeln müssen, um Derartiges hinreichend fragwürdig beobachten zu können?

Die Übungsaufgaben zur Vertiefung des jeweiligen Lehrstoffs am jeweiligen Kapitelende dienen dem Leser zusammen mit den Lösungshinweisen am Schluss des Buches als Hilfe bei der selbstständigen Aneignung des Lehrstoffs.

Zusammenfassende Eindrücke

In gelungener Weise verknüpfen die Autoren den (aus dem Schulunterricht hoffentlich vertrauten) Einsatz von Baumdiagrammen an vielen geeigneten Stellen mit theoretischen Grundlagen wie z. B. dem Additionssatz für unvereinbare Ereignisse, dem Multiplikationssatz für unabhängige Ereignisse und der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit. Beim heiklen Thema „bedingte Wahrscheinlichkeit“ wird auch die Vierfeldertafel sowie der umgekehrte Baum im Zusammenhang mit dem Satz von Bayes vertiefend behandelt. Damit beziehen die Autoren gängige schulische Darstellungen aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihre Darstellung mit ein. Über didaktische Anmerkungen und Hinweise zu Einzelthemen hinausreichende „didaktische Konzepte“ zur elementaren Wahrscheinlichkeitstheorie dürfen (angehende) Lehrer freilich von diesem Lehrbuch nicht erwarten. Neuere Untersuchungen zu Repräsentationsformaten von Wahrscheinlichkeiten (z. B. Häufigkeitsbäume) werden z. B. ebenso wenig berücksichtigt wie alternative Wahrscheinlichkeitsauffassungen. Subjektive Wahrscheinlichkeiten werden z. B. als „Grad des Vertrauens“ in dieser einführenden Darstellung nur am Rande erwähnt (S. 64).

Mit klassischen Beispielen werden Studienanfänger sehr rücksichtsvoll in Grundlagen der elementaren Wahrscheinlichkeitstheorie eingeführt. Die Auswahl der Themen mit der Schwerpunktsetzung auf diskrete Verteilungen orientiert sich an den gängigen Inhalten von Stochastikkursen der Sekundarstufe II (vgl. z. B. die Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik). Insofern sollte das Lehrbuch für den angegebenen Leserkreis den Übergang vom Schulunterricht in Stochastik zum Hochschulstudium (und zurück) erleichtern. Insbesondere sind hier die behutsame Eingewöhnung in die Verwendung der Mengensprache im Zusammenhang mit der Axiomatisierung sowie die Einbettung der Wahrscheinlichkeitstheorie in einen Modellbildungsprozess zu nennen. Authentische Anwendungen, etwa aus der Beurteilenden Statistik, die über die klassischen (Glücksspiel-)Probleme hinausgehen, werden kaum aufgezeigt. Somit erschließen sich dem Leser zwar die mathematischen Grundlagen, jedoch kaum die höchst aktuelle Bedeutung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in verschiedenen Anwendungskontexten.