

Dunkelfeldforschung in Excel

JÖRG MEYER, HAMELN

Zusammenfassung: Dieser Beitrag verfolgt zwei Ziele: Einerseits werden die Chancen und Risiken der Dunkelfeldforschung (wie bekommt man einigermaßen zuverlässige Antworten auf heikle Fragen?) untersucht. Andererseits wird die Zuverlässigkeit der Verfahren mit Hilfe von Excel veranschaulicht (dabei stehen Mehrfachoperationen im Vordergrund).

0 Einleitung

Wie bekommt man eigentlich Antworten auf heikle Fragen? „Hast du schon einmal mit Drogen Kontakt gehabt“ ist sicherlich eine reichlich sinnlose Fragestellung; wenn man schon Kontakt hatte, will man es vielleicht nicht zugeben, und wenn man noch nicht Kontakt hatte, will man vielleicht angeben und es nicht zugeben. Die Antworten sagen daher vermutlich wenig über den Sachverhalt aus.

Die folgende Variante (aus Cukrowicz & Zimmermann, 2001, S. 87, einem Schulbuch für Klasse 9) mutet auf den ersten Blick als sinnlos an, aber wenigstens kann man hier auf ehrliche Antworten hoffen:

Man hat zwei gleichartige Karten.

Auf einer steht **Frage 1:** „Stimmt es, dass du schon Drogen genommen hast?“

Auf der anderen steht **Frage 2:** „Stimmt es, dass du noch nie Drogen genommen hast?“

Nun kann der zu Befragende eine Karte wählen und diese dann wahrheitsgemäß beantworten – weil der Fragende nicht weiß, welche Karte gezogen wurde. Allerdings kann man mit der wahrheitsgemäßen Einzel-Antwort nichts anfangen.

Das ändert sich, wenn man viele Leute befragt; man weiß dann zwar nichts über den Drogenkontakt einer bestimmten Person, kann aber den Prozentsatz derjenigen abschätzen, die schon Drogenkontakt hatten. Insofern vermittelt das Thema mehrere Erfahrungen:

- Man kann mit Stochastik zwar keine Individual-, wohl aber Kollektivaussagen machen.
- Man kann mit Stochastik Erkenntnisse gewinnen.
- Man kann mit Baumdiagrammen nicht nur die üblichen Sockenaufgaben lösen.

1 Erstes Beispiel

Man hat 10 gleichartige Karten.

Auf 4 Karten steht **Frage 1:** „Stimmt es, dass du schon Drogen genommen hast?“

Auf 6 Karten steht **Frage 2:** „Stimmt es, dass du noch nie Drogen genommen hast?“

Jede zu befragende Person erhält die 10 Karten, mischt sie und wählt verdeckt eine aus.

Sie beantwortet korrekt die Frage. Da Anonymität gesichert ist, kann sie die Frage auch wahrheitsgemäß beantworten. Das Verfahren muss den Schülerinnen und Schülern gut erklärt worden sein.

Beispiel: 78 Personen wurden befragt. Mit „Ja“ antworteten 45, mit „Nein“ antworteten 33. Der Anteil p der Drogennehmer ist unbekannt und wird wie eine Variable verwendet.

Man hat das Baumdiagramm von Abb. 1.

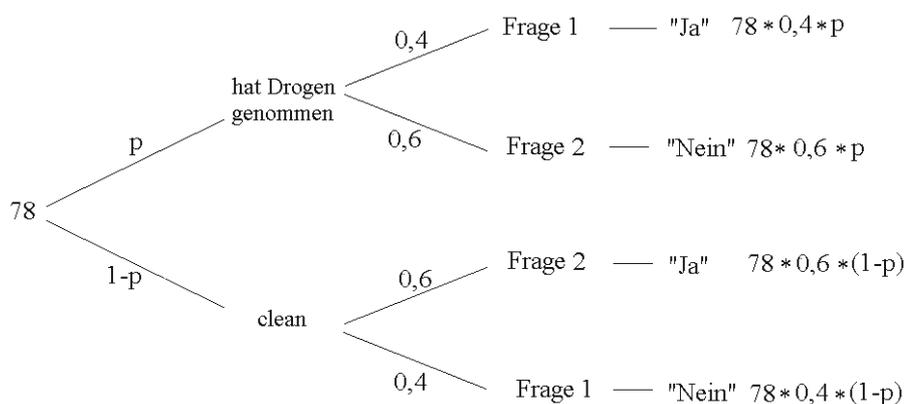


Abb. 1

Es antworten $78 \cdot p \cdot 0,4 + 78 \cdot (1-p) \cdot 0,6 = 45$ Personen mit „Ja“. Daraus folgt $p \approx 0,115$.

Es antworten $78 \cdot p \cdot 0,6 + 78 \cdot (1-p) \cdot 0,4 = 33$ Personen mit „Nein“. Daraus folgt auch $p \approx 0,115$.

Damit weiß man: Etwa 11,5 % aller Befragten hatten schon Drogenkontakt.

Sollte man an der Lösung zweifeln, bietet sich auch ein andersartiges Baumdiagramm (Abb. 2) an; auch hier bekommt man $p \approx 0,115$.

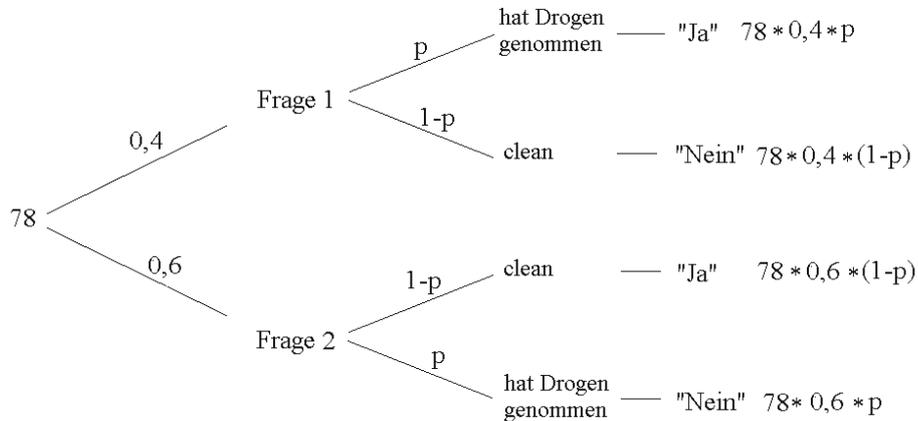


Abb. 2

Sollte das immer noch nicht überzeugen, kann man auch einen Blick in die Literatur werfen, etwa in Arthur Engels (zu Recht) hochangesehene „Stochastik“ (Engel 1987, S. 156 f.); dort wird dasselbe Verfahren vorgeschlagen.

Das sollte eigentlich reichen. Zwei unterschiedliche Begründungen und ein Blick in die Literatur überzeugen wohl jedermann, dass die gemessenen Daten zu $p \approx 0,115$ führen.

2 Etwas mehr Abstand

In der Stochastik sollte auch eine Intuition für die zufallsbedingte Variabilität von empirischen Daten entwickelt werden. Was heißt das hier?

Bekommen im letzten Baumdiagramm wirklich 40 % von 78 Personen, also 31 Personen, die Frage 1 vorgelegt? Können es nicht auch 28 oder 33 sein? Welche Auswirkungen hat das dann auf das zu ermittelnde p ?

Unterstellen wir einmal, dass der Wert $p \approx 0,115$ tatsächlich stimmt. Kann man dann im ersten Baumdiagramm tatsächlich sagen, dass 11,5 % von 78 Personen, also 9 Personen, schon mit Drogen in Kontakt gekommen sind? Können es nicht auch 8 oder 14 sein? Das würde ganz unterschiedliche Werte für das zu ermittelnde p liefern!

Sehen wir uns das mal genauer an (d.h. nehmen wir mal etwas Abstand von den konkreten Zahlen):

Es gibt viele gleichartige Karten, von denen man eine zieht und anschließend korrekt beantwortet.

Mit Wahrscheinlichkeit κ zieht man eine Karte mit Frage 1: „Stimmt es, dass du schon Drogen genommen hast?“

Mit Wahrscheinlichkeit $1-\kappa$ zieht man eine Karte mit Frage 2: „Stimmt es, dass du noch nie Drogen genommen hast?“

N Personen wurden befragt. Mit „Ja“ antworteten $\sigma \cdot N$, mit „Nein“ antworteten $(1-\sigma) \cdot N$.

Wieder sind zwei Baumdiagramme möglich (und beide liefern dasselbe Ergebnis); wir betrachten nur eines (Abb. 3).

Es antworten

$$N \cdot p \cdot \kappa + N \cdot (1-p) \cdot (1-\kappa) = \sigma \cdot N$$

Personen mit „Ja“. Daraus folgt der Schätzwert \hat{p} für p , nämlich $\hat{p} = \frac{\kappa + \sigma - 1}{2 \cdot \kappa - 1}$. Natürlich muss $\kappa \neq \frac{1}{2}$ sein;

das ist aber inhaltlich naheliegend (gäbe es gleich viele Karten jeder Sorte, so könnte man aus den Antworten keinerlei Schluss ziehen).

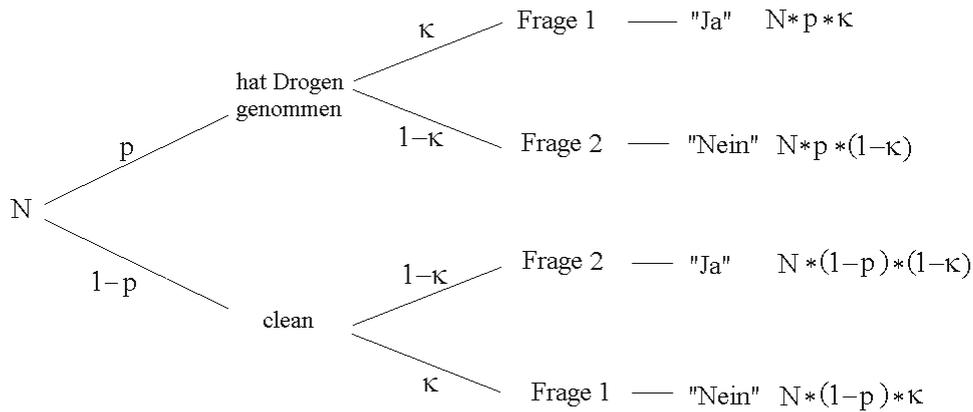


Abb. 3

Man wird sich fragen, ob der Schätzwert \hat{p} überhaupt zwischen 0 und 1 liegt.

Für $\kappa < \frac{1}{2}$ hat man:

$$0 \leq \hat{p} = \frac{1 - \kappa - \sigma}{1 - 2 \cdot \kappa} \leq 1 \Leftrightarrow \kappa \leq \sigma \leq 1 - \kappa,$$

und für $\kappa > \frac{1}{2}$ gilt:

$$0 \leq \hat{p} = \frac{\kappa + \sigma - 1}{2 \cdot \kappa - 1} \leq 1 \Leftrightarrow 1 - \kappa \leq \sigma \leq \kappa.$$

Zusammen: Stets muss

$$\text{Min}(\kappa, 1 - \kappa) \leq \sigma \leq \text{Max}(\kappa, 1 - \kappa)$$

sein. Sollte der Messwert σ außerhalb dieser Grenzen

liegen, hat man keinen sinnvollen Schätzwert erhalten.

Um ein Gefühl für die Streuung des Schätzers zu bekommen, wollen wir zunächst einmal simulieren. Dies fördert die Intuition für die zufallsbedingte Variabilität. Wie man das in Excel macht, steht im folgenden Abschnitt; hier erst einmal das Ergebnis: Bei einem wahren $p = 0,2$ und $\kappa = 0,4$ sowie $N = 100$ zeigt das Histogramm in Abb. 4 die Häufigkeitsverteilung für 1000 Durchgänge.

Ist der Schätzer überhaupt erwartungstreu? Dazu berechnen wir („wir“ als Lehrer, nicht „wir“ als Neuntklässler!) den Erwartungswert von \hat{p} :

Wegen $\hat{p} = \frac{\sigma}{2 \cdot \kappa - 1} - \frac{1 - \kappa}{2 \cdot \kappa - 1}$ ist zunächst

$$E(\hat{p}) = \frac{E(\sigma \cdot N)}{(2 \cdot \kappa - 1) \cdot N} - \frac{1 - \kappa}{2 \cdot \kappa - 1}.$$

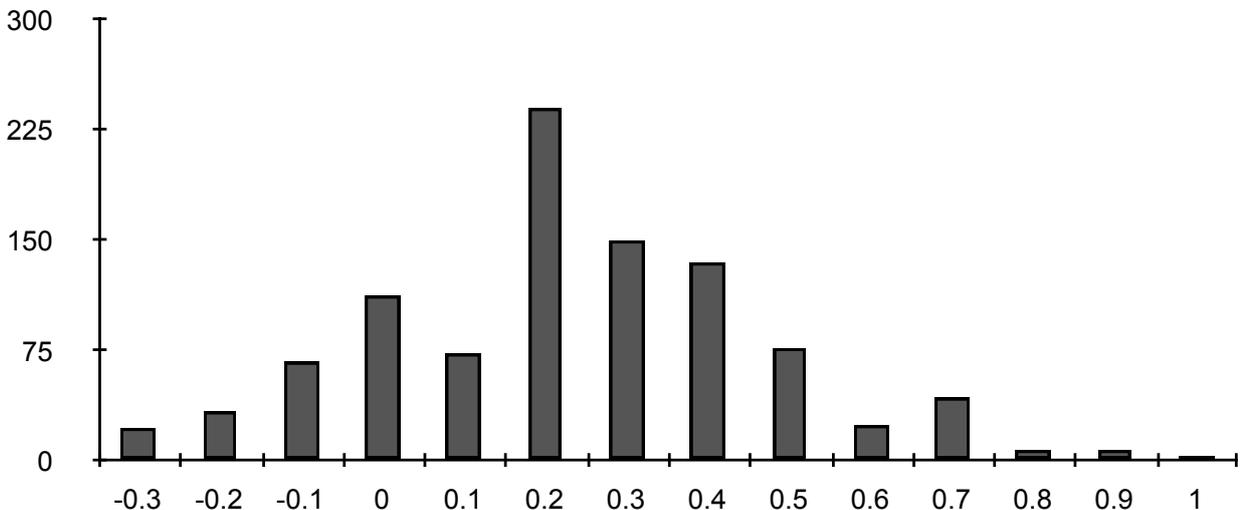


Abb. 4

Die Größe $\sigma \cdot N$ ist eine Zufallsvariable; sie gibt die Anzahl der „Ja“-Sager an. Diese Größe ist binomialverteilt mit der Einzelerfolgs-Wahrscheinlichkeit $\sigma = p \cdot \kappa + (1 - p) \cdot (1 - \kappa)$.

Daher ist

$$E(\sigma \cdot N) = \sigma \cdot N,$$

woraus sich

$$E(\hat{p}) = p$$

ergibt. Die Erwartungstreue ist also vorhanden.

Wir berechnen die Varianz von \hat{p} . Wegen

$$\text{Var}(\hat{p}) = \frac{\text{Var}(\sigma \cdot N)}{(2 \cdot \kappa - 1)^2 \cdot N^2}$$

und

$$\text{Var}(\sigma \cdot N) = \sigma \cdot (1 - \sigma) \cdot N$$

ist nach etwas Rechnung

$$\text{Var}(\hat{p}) = \frac{p \cdot (1 - p)}{N} + \frac{\kappa \cdot (1 - \kappa)}{(2 \cdot \kappa - 1)^2 \cdot N}$$

in Übereinstimmung mit Engel (1987; S. 157). Der erste Summand gibt die Varianz an, die man auch bei direkter Befragung hätte; der zweite Summand vergrößert die Varianz wegen der zwei möglichen Kartentypen.

Der zweite Summand sollte möglichst klein sein. Das erreicht man nur durch große N , da der Faktor

$\frac{\kappa \cdot (1 - \kappa)}{(2 \cdot \kappa - 1)^2}$ seine Minima bei den inakzeptablen

Werten $\kappa = 0$ bzw. $\kappa = 1$ annimmt.

	A	B	C	D
1	=ZUFALLSZAHL()	=WENN(A1<\$D\$2;"1";"2")	Wahres p=	0,2
2	=ZUFALLSZAHL()	=WENN(A2<\$D\$2;"1";"2")	kappa=	0,4
3	=ZUFALLSZAHL()	=WENN(A3<\$D\$2;"1";"2")		

Abb. 5

Die Anzahl $\sigma \cdot N$ der „Ja“-Antworten bekommt man mit

$$=\text{ZÄHLENWENN}(C1:C100; „Ja“).$$

Durch F9 wird eine Neuberechnung durchgeführt, und auf diese Art und Weise kann man sich von der Variabilität von $\sigma \cdot N$ bzw. von \hat{p} überzeugen.

Betrachten wir das obige Zahlenbeispiel (wahres $p = 0,2$ und $\kappa = 0,4$) noch einmal.

Es ist dann

$$\text{Var}(\hat{p}) = \left(p \cdot (1 - p) + \frac{\kappa \cdot (1 - \kappa)}{(2 \cdot \kappa - 1)^2} \right) \cdot \frac{1}{N} \approx \frac{6,16}{N}$$

Es muss $N > 2464$ sein, damit die Standardabweichung kleiner ist als 0,05. Nur dann liegen etwa 95,4 % aller Schätzwerte im Intervall $[0,1; 0,3]$.

In gewöhnlichen Schulen oder gar in Klassen ist die Dunkelfeldforschung also gar nicht sinnvoll anwendbar!

3 Wie macht man das in Excel?

Wie lässt sich die obige Simulation in Excel durchführen? Dazu sollen $N = 100$ Personen befragt werden; das wahre p sei $p = 0,2$. Zu den 100 Personen gehören 100 Zeilen, und die ersten 20 davon sollen zu den Personen gehören, die schon mit Drogen in Kontakt gekommen sind. Nun kommt die Kartenverteilung mit $\kappa = 0,4$. Zu jeder Person wird eine Zufallszahl $\in (0; 1)$ ermittelt; wenn diese Zufallszahl kleiner ist als κ , führt das zu Karte 1 und sonst zu Karte 2 (Abb. 5).

Nun muss man die Antworten ermitteln; für die Drogenkontaktler schreibt man, was in Abb. 6 steht, und bei den anderen muss man die Wahrheitswerte vertauschen.

C
=WENN(B1="1";"Ja";"Nein")
=WENN(B2="1";"Ja";"Nein")

Abb. 6

Für 1000 Durchgänge muss man den Vorgang der Berechnung von \hat{p} 1000-mal wiederholen. Man kann dafür ein Makro schreiben (das man dann 1000-mal aufrufen müsste); mit weniger Aufwand führt eine Mehrfachoperation (Datentabelle) zum Ziel. (Ecklund (2001) liefert eine gut lesbare Einführung in dieses weithin unbekanntes Tool.)

Dabei sollte man vorher in Extras / Optionen / Berechnung den Punkt „Automatisch außer bei Mehrfachoperationen“ anklicken.

Wir nehmen an, dass das Ergebnis der Berechnung von \hat{p} in E5 steht. Nun erzeugt man etwa in F2:F1001 zur Übersicht die Zahlen von 1 bis 1000. F1 wird leer gelassen.

Nach G1 (es MUSS G1 sein!) kopiert man E5 (Abb. 7).

D	E	F	G
Wahres p=	0,2		0,35
kappa=	0,4	1	
53 mal "Ja"		2	
sigma=	0,53	3	
p Dach =	0,35	4	
		5	

Abb. 7

Dann wird der Bereich F1:G1001 markiert und anschließend Daten / Tabelle aufgerufen. Es erscheint ein Fensterchen „Tabelle“; bei „Werte aus Zeile“ gibt man gar nichts ein, und bei „Werte aus Spalte“ gibt man eine leere (!) Zelle an, etwa E30. (Der Hintergrund dieser Vorgehensweise liegt darin, dass bei der Berechnung auf den Excel-Befehl ZUFALLSZAHL() zugegriffen wird, und der braucht ein (leeres) formales Argument.)

Nach dem Okay und F9 bekommt man 1000 Ergebnisse (in Spalte G; Abb. 8). Damit sind 1000 Befragungen von je 100 Personen simuliert. Mit F9 erhält man eine neue Gesamt-Simulation.

F	G	H
	-0,05	ab-Grenzen
1	0,8	-0,3
2	0,4	-0,2
3	0,15	-0,1
4	0,1	0
5	0,45	0,1
6	0,2	0,2
7	0,25	0,3
8	0,45	0,4
9	0,2	0,5
10	0,45	0,6
11	0,35	0,7
12	0,4	0,8
13	0,25	0,9
14	-0,1	1
15	0,35	

Abb. 8

Wie bekommt man das Histogramm von Abb. 4?

Man muss die Kategorien dem Programm mitteilen; dies geschieht in der Spalte H (Abb. 8). Zur Ermittlung der Häufigkeiten ist HÄUFIGKEIT das geeignete Werkzeug; dieses wird als „Array-Funktion“ anders angewendet als übliche Formeln: Zunächst hat man I2:I15 zu markieren, dann muss man HÄUFIGKEIT aufrufen und die Argumente eingeben, darf zum Schluss jedoch NICHT mit okay abschließen, sondern muss mit „shift-strg-return“ abschließen! Das Ergebnis sieht man in Abb. 9.

H	I
ab-Grenzen	
-0,3	20
-0,2	41
-0,1	66
0	100
0,1	75
0,2	233
0,3	156
0,4	133
0,5	91
0,6	43
0,7	35
0,8	6
0,9	1
1	1

Abb. 9

Das Häufigkeitsdiagramm will man sicherlich in Balkenform haben: Zunächst muss man H2:I15 markieren und dann ein „Punkt (XY)“-Diagramm wählen. Geht man anschließend auf einen der Punkte und wählt als „Diagrammtyp“ bei den benutzerdefinierten Typen „Linie Säule“, so ist man fertig. Mit F9 bekommt man eine neue Groß-Simulation.

4 Eine andere Methode

Das in Abschnitt 2 beschriebene Verfahren wurde 1965 von S. L. Warner publiziert. 1976 stellten Liu und Chow eine andere Methode vor. Eine einfache Variante (Krüger, 2003, S. 119 f.) geht so.

Es gibt viele gleichartige Karten, von denen man eine zieht und anschließend korrekt beantwortet.

Mit Wahrscheinlichkeit κ zieht man eine Karte vom **Typ 1** mit der **Frage**: „Stimmt es, dass du schon Drogen genommen hast?“

Mit Wahrscheinlichkeit $1 - \kappa$ zieht man eine Karte vom **Typ 2**, auf der steht: „Antworte mit „Ja“!“

Nur die 2. Karte unterscheidet sich also von der alten Methode.

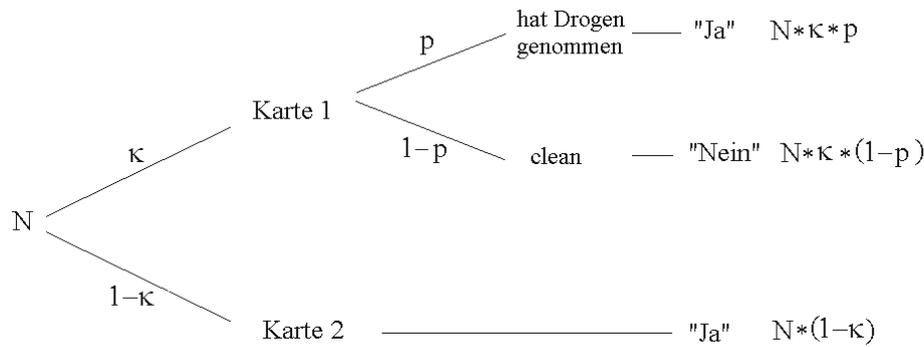


Abb. 10

Wieder wurden N Personen befragt. Mit „Ja“ antworteten $\sigma \cdot N$, mit „Nein“ antworteten $(1 - \sigma) \cdot N$; vgl. Abb. 10.

Die Anzahl der „Ja“-Sager ist

$$N \cdot \kappa \cdot p + N \cdot (1 - \kappa) = N \cdot \sigma,$$

woraus sich nun der Schätzwert $\hat{p} = \frac{\sigma - (1 - \kappa)}{\kappa}$ ergibt.

Hier darf $\kappa = \frac{1}{2}$ sein, aber nicht $\kappa = 0$.

Man rechnet leicht nach (mit den gleichen Methoden wie in Abschnitt 2), dass der Schätzer erwartungstreu ist. Die Varianz ergibt sich zu $\text{Var}(\hat{p}) = \frac{p \cdot (1 - p)}{N} + \frac{1 - \kappa}{\kappa} \cdot \frac{1 - p}{N}$ (in Übereinstimmung mit [Krüger, 2003]).

Aus psychologischen Gründen ist es sinnvoll, $\kappa = \frac{1}{2}$

zu wählen (dann haben die Befragten das sichere Gefühl, dass ihre Antwort keinen Rückschluss auf ihren Drogenkonsum zulässt). Dann ist

$$\text{Var}(\hat{p}) = \frac{(1 + p) \cdot (1 - p)}{N}.$$

Mit dem obigen Zahlenbeispiel (wahres $p = 0,2$) ergibt sich der Wert $\text{Var}(\hat{p}) = \frac{0,96}{N}$. Nun muss $N > 384$ sein, damit die Standardabweichung kleiner ist als 0,05.

In gewöhnlichen Schulen könnte man diese Art von Dunkelfeldforschung also durchaus anwenden, nicht aber in Klassen.

Wenn tatsächlich $p = 0,2$ ist, so ist mit 95,4 %-iger Wahrscheinlichkeit $\hat{p} \in (0,1; 0,3)$.

Ob aber die Voraussetzung ($p = 0,2$) überhaupt erfüllt ist, weiß man natürlich nicht. Daher muss man,

wie üblich, mit dem Schlimmsten rechnen: Die Varianz nimmt den größten Wert bei (dem unrealistischen) $p = 0$ an. Dann muss $N > 400$ sein, damit die Standardabweichung kleiner ist als 0,05. Damit hat man eine allgemeine Aussage gefunden:

Die zweite Methode der Dunkelfeldforschung liefert für $\kappa = 0,5$ bei mindestens 400 Befragten einen Schätzwert, dessen Standardabweichung kleiner ist als 0,05.

Das heißt: Falls $\kappa = 0,5$ und $p = 0,2$ ist, so liegt der Schätzwert mit 95,4 %-iger Wahrscheinlichkeit im Intervall $(0,1; 0,3)$. Dieses Ergebnis wird durch eine Simulation in Excel bestätigt (Abb. 11).

Zur Simulation wird man der Einfachheit halber die in Abb. 12 angegebene Variante des Baumdiagramms wählen.

Übrigens: Man rechnet leicht nach, dass eine Vergrößerung von κ zu einer Verkleinerung der unteren Schranke für N führt. Ganz große Werte für κ (also $\kappa \approx 1$) unterminieren aber das Vertrauen der Befragten in die Anonymität der Methode und sind daher unbrauchbar.

5 Eine weitere Variante

Mitunter wird in der Literatur (so auch in Engel, 1987, S. 157 f.) eine andere Variante vorgeschlagen:

Mit Wahrscheinlichkeit κ zieht man **Karte 1** mit der Frage: „Stimmt es, dass du schon Drogen genommen hast?“

Mit Wahrscheinlichkeit $1 - \kappa$ zieht man **Karte 2**, auf der folgendes steht:

„Betätige ein Glücksrad.

Wenn es auf „1“ zeigt, so antworte mit „Ja“.

Wenn es auf „0“ zeigt, so antworte mit „Nein“.

Das Glücksrad zeigt mit Wahrscheinlichkeit ω auf „1“.

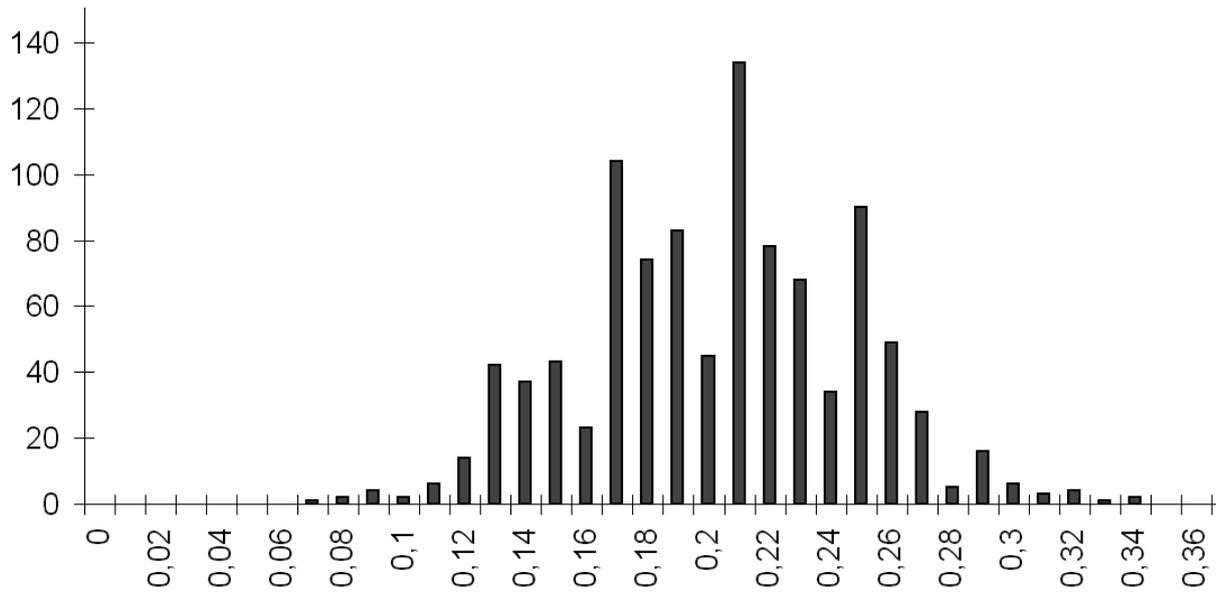


Abb. 11

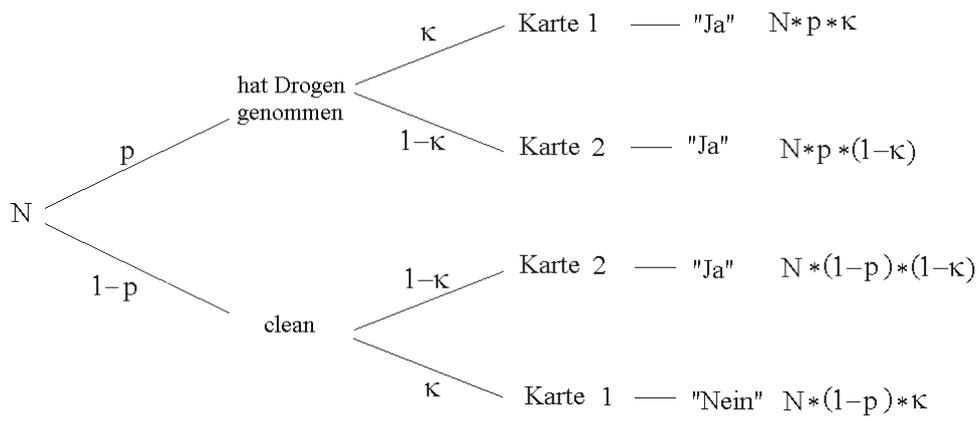


Abb. 12

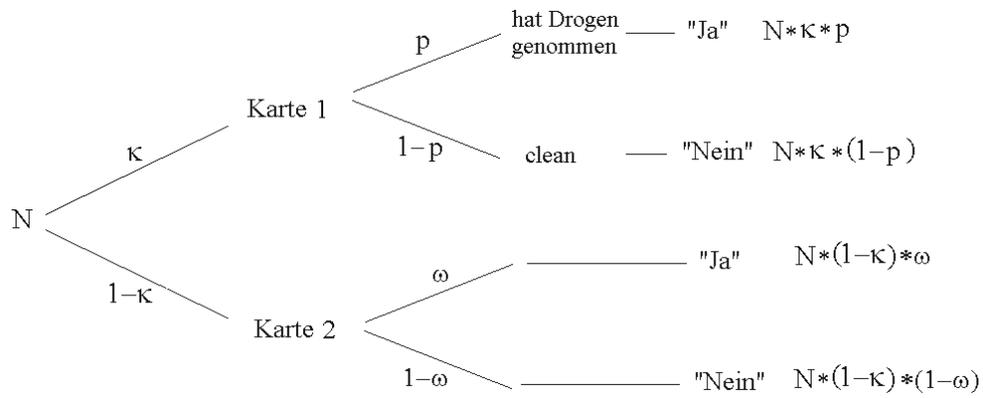


Abb. 13

Nur die 2. Karte unterscheidet sich also von den alten Methoden. Das Baumdiagramm (Abb. 13) ist wieder einfach zu erstellen. Für $\omega = 1$ bekommt man natürlich die vorherige Methode.

Die Anzahl der „Ja“-Sager ist nun

$$N \cdot \kappa \cdot p + N \cdot (1 - \kappa) \cdot \omega = N \cdot \sigma,$$

woraus sich der Schätzwert $\hat{p} = \frac{\sigma - \omega \cdot (1 - \kappa)}{\kappa}$ ergibt.

Das psychologisch günstige $\kappa = \frac{1}{2}$ ist weiter zugelassen, und dieser Wert soll auch den folgenden Rechnungen zugrunde gelegt werden. Damit ist $\hat{p} = 2 \cdot \sigma - \omega$.

Wie bisher ist $E(\hat{p}) = p$, und wegen $\sigma = \frac{p + \omega}{2}$,

$$\text{Var}(\sigma \cdot N) = \sigma \cdot (1 - \sigma) \cdot N$$

und

$$\text{Var}(\hat{p}) = 4 \cdot \frac{\text{Var}(\sigma \cdot N)}{N^2}$$

ist

$$\text{Var}(\hat{p}) = \frac{(\omega + p) \cdot (2 - \omega - p)}{N}.$$

Die Varianz nimmt den größten Wert bei $p = 1 - \omega$ an. Dieser maximale Wert beträgt $\text{Var}(\hat{p}) = \frac{1}{N}$ und

Fehler – Treffer – Niete Eine sprachgeschichtlich-literarische Betrachtung

RUDOLF HALLER, MÜNCHEN

Zusammenfassung: Treffer und Niete sind neben ihrer Verwendung im Alltag zu Fachwörtern in der Stochastik geworden. Niete gelangt erst Anfang des 18. Jh.s als Fremdwort ins Deutsche und verdrängt allmählich das bis dahin übliche Wort Fehler, das sich aus einem mittelalterlichen Lehnwort entwickelt hat. Lediglich Treffer geht auf eine althochdeutsche Wurzel zurück. Als Substantive tauchen beide Wörter aber erst um die Wende vom 15. zum 16. Jh. auf. Dem Weg dieser drei Wörter durch das Deutsche soll nachgegangen werden.

Fehler, Treffer und Niete gehören zum gleichen Bedeutungsumfeld, wie sich im Folgenden zeigen wird. Sie sind junge Wörter des deutschen Sprachschatzes,

ist unabhängig von ω ! Die neue Variante hat also keine Effizienzverbesserung gebracht.

Literatur

Cukrowicz, J. & Zimmermann, B. (Hrsg.): MatheNetz Klasse 9. Ausgabe N. Braunschweig: Westermann Schulbuchverlag.

Ecklund, P. (2001): Introduction to data tables and data tables exercises.

<http://it.fuqua.duke.edu/public/2001XLDataTablesMonochrome.pdf> (zuletzt aufgerufen am 6. 3. 2007).

Engel, A. (1987): Stochastik. Stuttgart: Klett.

Krüger, K. (2003): Ehrliche Antworten auf indiskrete Fragen – Anonymisierung von Umfragen mit der Randomized Response Technik. In: Henn, H.-W. & Maaß, K. (Hrsg.) Standardthemen. Istron Bd. 8 (S. 118-127). Hildesheim: Franzbecker.

Krüger, K. (2004): Wahrheit oder Pflicht. Die Methode der Zufallsantworten bei sensiblen Umfragen. mathematik lehren Nr. 125, S. 50 - 54.

Anschrift des Verfassers

Dr. Jörg Meyer
Schäfertrift 16
31789 Hameln
J.M.Meyer@t-online.de

wobei Fehler und Niete als Lehnwörter zu uns gekommen sind.

Beginnen wir mit dem ältesten dieser drei Wörter, dem Fehler. Das altfranzösische *faillir* = sich irren, verfehlen, das auf das lateinische *fallere* = täuschen zurückgeht, gelangt als Lehnwort *velen* ins Mittelhochdeutsche. Gegen Ende des 15. Jh.s wird dann zum Verbum *fehlen* das Substantiv *Fehler* zur Bezeichnung eines Fehlschusses gebildet. Diese erste Bedeutung des Substantivs *Fehler* ist aus dem heutigen Sprachschatz verschwunden, der *Fehler* nur im Sinne von *Irrtum* im weitesten Sinne kennt. In diesem Sinne erscheint das Wort *Fehler* erstmals 1561 bei JOSUA MAALER (Zürich 1529–1595 Glatfelden) in seinem deutsch-lateinischen Wörterbuch *Die Teütsch spraaich* (1561).