### TINKERPLOTS: Eine Software zur Förderung der Datenkompetenz in Primar- und früher Sekundarstufe

ROLF BIEHLER, KASSEL

### 1. Einleitung

Der Umgang mit Daten ist inzwischen als Thema in die Bildungsstandards für die Grundschule aufgenommen worden. Im Unterschied zu den Entwicklungen in den angelsächsischen Ländern sind diese Überlegungen in Deutschland aber wenig mit den Entwicklungen in der Didaktik der Stochastik verknüpft. Wagner (2006) hat die didaktischen Forschungs- und Entwicklungsarbeiten insbesondere in der angelsächsischen Literatur zu diesem Themenbereich sehr sorgfältig aufgearbeitet und zusammengefasst. Datenkompetenz sollte dabei alle Phasen einer statistischen Untersuchung auf angemessenem Niveau beinhalten: Fragenstellungen entwickeln, Datenerhebung planen, Daten erheben, Daten analysieren, repräsentieren, Schlussfolgern aus Daten. Dabei ist es wünschenswert, Themen der Datenanalyse mit üblichen Themen des Mathematikunterrichts zu verknüpfen. Gelungene Materialien hierfür für die Klassen 1 – 6 bietet das "Used Number Project" (Russell et al., 1990-1993).

### 2. Software zur Unterstützung der Entwicklung von Datenkompetenz

Es ist eine offene Frage, welche Software man in den Unterricht integrieren könnte und welche Vorerfahrungen auf Seiten der Schüler dazu gegeben sein müssen. Arthur Bakker (2002) unterscheidet prägnant zwischen "routetype" und "landscape-type of software". Während die erste vorbedachte Lernwege gezielt unterstützt, lädt der zweite Typ von Software ein, sich in einer Lernlandschaft freier zu bewegen. Die Software TINKERPLOTS hebt der Autor hierfür als zu Recht als Beispiel hervor. Ist es überhaupt denkbar, statistische Werkzeugsoftware so zu gestalten, dass junge Lernende bei ihren Lern- und Datenanalyseprozessen gezielt unterstützt werden können? Bereits vor ca. 15 Jahren ist mit dieser Zielsetzung in den USA die Software TABLETOP entstanden (Hancock, 1995). Sie wurde leider nicht weiterentwickelt. Wesentliche Ideen sind nun aber in die Entwicklung der Software TINKERPLOTS eingeflossen. TINKERPLOTS ist zugleich eine "kleine Schwester" der Software FATHOM, sie wurde mit derselben Entwicklungsumgebung wie FATHOM erstellt und weist auch verschiedene Gemeinsamkeiten mit ihr auf. Der wesentliche Unterschied ist die dynamische Komponente und die neuartige Repräsentation multivariater Daten, die TINKERPLOTS charakterisiert und die wir im Folgenden erläutern.

# 3. Die Software TINKERPLOTS als computergestütztes Medium zur Manipulation von Datenrepräsentationen

Wir wollen TINKERPLOTS anhand einer direkten Anwendung präsentieren (Abb. 1): es geht dabei um Daten über den Herzschlag von Tieren in Verbindung mit ihrer Lebenserwartung, Größe, etc. Kinder wundern sich vielleicht, wie schnell das Herz ihres Meerschweinchens oder Holdhamsters schlägt: er ist hoch, auch wenn das Tier gar nicht aufgeregt ist. Das kann man zum Anlass nehmen, Daten über verschiedene Tiere zu sammeln und sie zu vergleichen.

TINKERPLOTS (Abb. 1) repräsentiert die Daten in einer üblichen Tabelle, in einem virtuellen Stapel von Datenkarten und einem "Plot", der eine Fläche darstellt, auf der die einzelnen Objekte ungeordnet als kleine Kreise repräsentiert sind. Wir haben bereits mittels der Label-Funktion jedem Kreis-Icon den Namen des Tieres zugeordnet, welches es repräsentieren soll. Jedem Merkmal wird automatisch eine Einfärbung zugeordnet, bei einem quantitativen Merkmal nimmt die Intensität der Farbe mit der Größe der Merkmalsausprägung zu, bei einem kategorialen Merkmal werden den einzelnen Ausprägungen automatisch verschiede-Farben zugeordnet.Das Neuartige TINKERPLOTS ist, dass man die zunächst ungeordnete Repräsentation der Objekte jetzt unterschiedlich graphisch "arrangieren" kann.

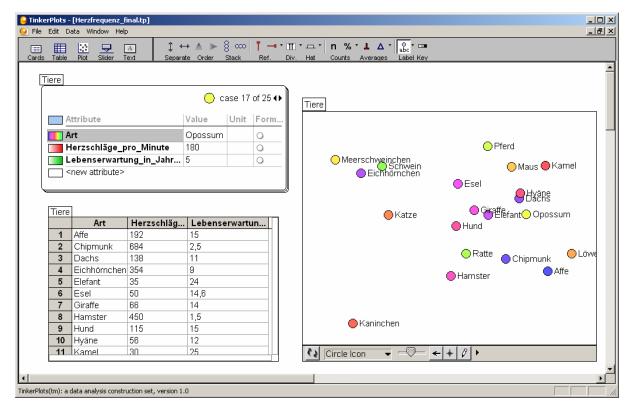


Abb. 1 Der Desktop der Software TINKERPLOTS. Beispieldaten Lebenserwartung und Herzschlag von Tieren. Quelle: siehe Biehler (2006).

Man kann nun auch andere Merkmale zur Einfärbung der Icons einsetzen

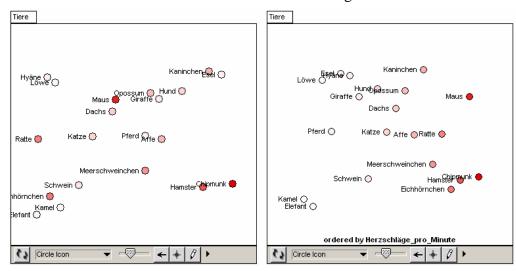


Abb. 2 Tiere, eingefärbt nach dem Merkmal "Herzschläge pro Minute": je dunkler, desto höher ist die Merkmalsausprägung

Abb. 2 links ist zunächst dadurch entstanden, dass man die Icons durch einen Mausklick mit dem Merkmal "Herzschläge" eingefärbt hat: Je höher, desto intensiver ist das Rot, hier durch unterschiedliche Graustufen dargestellt. Gibt man den Icons nun das Kommando order

mit dem nach rechts weisenden Pfeil aus dem Menü, dann beginnen die Icons sich zu bewegen und eine neue Position einzunehmen. Andere Bewegungen werden durch die anderen Kommandos erzeugt. Solche dynamischen Bewegungen werden von Kindern (und Erwachsenen) als "lustig" empfunden, führen oft zu unerwarteten Arrangements, die ästhetisch interessant sind. Dazu tragen auch die Farben besonders bei, die hier im Artikel leider nicht

gezeigt werden können. Neue Arrangements erlauben oft neue Einsichten über den Kontext der Daten, das eigentliche Ziel der Datenanalyse. Die fundamentale Einsicht, dass es oft darauf ankommt, "wie" man etwas repräsentiert, wenn man darüber forscht oder kommuniziert, und dass gute Repräsentationen neue Entdeckungen überhaupt ermöglichen, wird hier schon jungen Schülern zugänglich (Biehler, 1985).

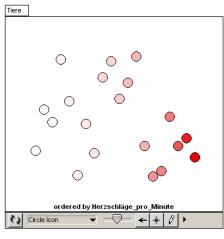
In Abb. 2 kann man z.B. bereits entdecken, dass die Tiere mit großem Herzschlag im Allgemeinen "klein" sind, die mit geringer Frequenz eher "groß".

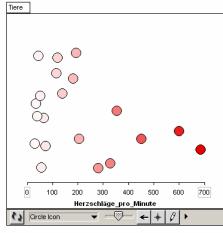
Das Bewegen der Icons simuliert reale Handlungen mit "Datenkarten" (siehe Abschnitt 4). Schüler könnten auch für jedes Tier eine rechteckige Karte anlegen, den Namen und die Merkmale notieren und dann die Karten nach verschiedenen Kriterien ordnen. So zu beginnen, wäre eine optimale Vorbereitung für die Verwendung von TINKERPLOTS.

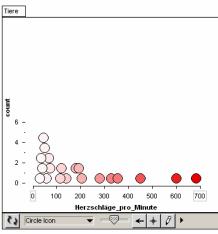
Wir machen mit der Vorstellung von TINKERPLOTS weiter. Im Menü finden sich wei-

tere Operationen, die man auf die Icons anwenden kann. Im Wesentlichen werden die Operationen separate (trennen nach Kategorien), order (nach einem Merkmal), stack (Stapeln), einfärben (nach einem Merkmal) angeboten. Ferner kann man für die Darstellung eines Objektes Kreise, Rechtecke und selber gewählte Bilder benutzen, so dass man auf diese Weise auch übliche Darstellungen wie Histogramme, Säulendiagramme, Vierfeldertafeln und Piktogramme rekonstruieren kann.

Histogramme und Säulendiagramme sind für junge Schüler schwerer verständlich als so genannte "case-value plots", wo noch jedes untersuchte Objekt durch ein Symbol repräsentiert ist. Konventionalisierte Graphiken der Statistik können Schüler in TINKERPLOTS durch Nachbau aus Basisoperationen nacherfinden. Schüler können selber auch alternative Darstellungen erfinden und diese mit den "üblichen" der Erwachsenenwelt vergleichen. Das muss insbesondere im Hinblick auf die Ziele erfolgen, die mit einer bestimmten Darstellung verfolgt werden.







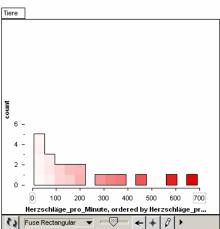


Abb.3 Herzschläge pro Minute

Wir gehen in Abb. 3 von nach Herzschläge pro Minute geordneten Plot aus, hier erkennen wir die Reihenfolge, aber die vertikale Lage und die genaue Größe der horizontalen Lage trägt keine Bedeutung. Dann führen wir eine Rechts-Achse ein: die Icons positionieren sich dynamisch zu der Achse der Größe gemäß Merkmals Herzschläge pro Minute. (Abb. 3 oben rechts). Die Schüler erleben eine neue Basisidee graphischer Repräsentation: Ausprägung Eine durch eine Positionierung entlang einer Achse repräsentiert. Im nächsten Schritt (unten links) führt Kommando stack dazu, dass alle Icons parallel zur Hochachse auf die x-Achse "fallen": Es entsteht das Punktdiagramm. Das ist eine wichtige Basisdarstellung für junge Schüler, die – übrigens – im deutschen Sprachraum noch zu wenig Verbreitung findet. Im vierten Schritt werden die Icons durch Quadrate ersetzt und man erkennt, dass man an der Höhe der "Säulen" die Anzahl der Daten in diesem Bereich ablesen kann. Durch die Beibehaltung der Färbung bleibt erkennbar, dass in einer Säule Objekte mit unterschiedlichen Ausprägungen vorhanden sind.

Eine weitere Idee statistischer Graphik ist es, quantitative Merkmalsausprägungen durch eine Säule entsprechender Länge zu visualisieren. In Abb. 4 (links oben) repräsentieren wir das Merkmal mit dem Icon value car horizontal. Das Kommando sort erzeugt das sortierte Balkendiagramm links unten: die Balken bewegen sich dynamisch an "ihre" Stelle. Wenn man jetzt wieder die Balken durch Punkte ersetzt, erhält man die Graphik oben rechts, die im Grunde sogar als eine Darstellung der empirischen kumulativen Verteilungsfunktion interpretierbar wäre. Das Kommando stack lässt dann die Daten auf die x-Achse fallen (unten rechts): Wir haben damit eine Beziehung von Säulendiagramm zu Punktdiagramm hergestellt.

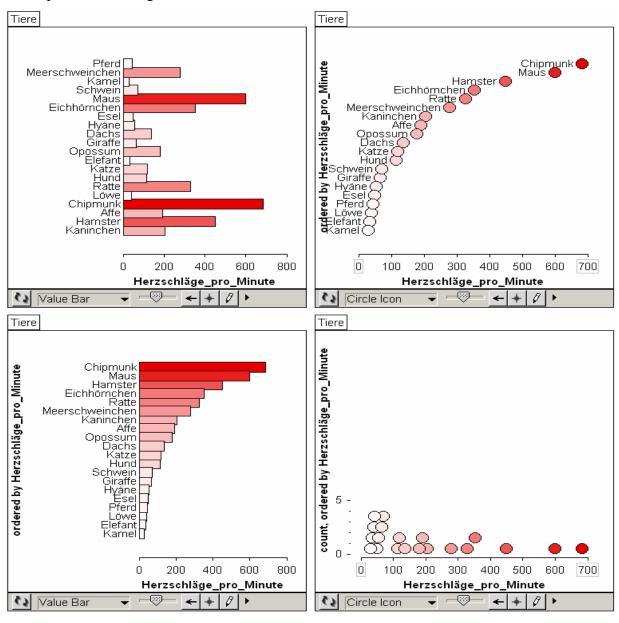


Abb. 4: Vom unsortierten Säulendiagramm zum Punktediagramm als Vorstufe zum Histogramm.

## 4. Multivariate Datenanalyse für junge Schülerinnen und Schüler

Datenanalyse mit Datenkarten ist auch ohne darauf aufbauende Computernutzung ein sinnvoller Einstieg für junge Schülerinnen und Schüler. Hat man beispielsweise Daten zur Körpergröße und zum Körpergewicht erhoben und auf Karten notiert, dann kann man solche Karten auch nach zwei Merkmalen ordnen. indem man auf einem Tisch ein  $n \times m$ -Feld markiert, in das man die Karten legt, die die jeweiligen gemeinsamen Merkmalsausprägungen besitzen. Wenn man z.B. festlegt, was "leichte" und was "schwere" Kinder sind und was "große" und was "kleine" Kinder sind, kann man eine Vierfeldertafel auf einem Tisch herstellen und mittels Datenkarten oder Steckwürfeln die Kinder in die Felder zuordnen (siehe auch den Beitrag von Martignon, Kurz-Milcke & Krauss in diesem Heft). Man kann sich dann mit Fragen "Sind größere Kinder auch schwerer?" befassen (Winter & Rösler, 1995). Harradine & Konold (2006) haben Experimente mit Kindern zum Nutzen von Datenkarten durchgeführt. Während eine Kontrollgruppe Datendarstellungen zeichnen sollte, durfte die Experimentalgruppe Fragen anhand von Datenkarten untersuchen und kam so auf wesentlich vielseitigere und komplexere Darstellungen und Ergebnisse. Im Kern werden hier junge Kinder mit "multivariaten Daten" konfrontiert. Schon das repräsentationale Medium der Datenkarten erlaubt ihnen ganz neue Aktivitäten, die durch den Einsatz von TINKERPLOTS noch weiter entwickelt werden können.

TINKERPLOTS hat ebenso wie die Arbeit mit Datenkarten das Potential, mehrere Merkmale in eine Datenanalyse einzubeziehen. Die einfachste Form, ein zweites Merkmal einzubeziehen, besteht in Folgendem: Man färbe die Icons in einem nach einem Merkmal gestalteten Plot nach einem anderen Merkmal ein. Wir haben die Verteilung der Herzschläge pro Minute in einem Punktdiagramm dargestellt und nach Lebenserwartung eingefärbt (Abb. 5 links). Je dunkler, desto länger leben die Tiere.

Schülern fällt im Allgemeinen sofort auf, dass sich die lange lebenden Tiere bei den niedrigen Herzfrequenzen konzentrieren. Man kann diesen Eindruck weiter verfolgen, indem man nach dem Merkmal "Lebenserwartung" auf der Hochachse separiert (Abb. 5, rechts). Durch Ziehen an einem dunkelgrauen Icon in Abb. 5 links nach oben entstehen automatisch 3 Kategorien von Tieren nach Lebenserwartung. Die Tendenzaussage, die wir schon in der linken Graphik gesehen haben, wird in anderer Weise deutlich. Kinder können hieran zum ersten Mal einen "Verteilungsvergleich" durchführen: dabei muss man nur qualitativ davon sprechen, dass die Verteilungen zueinander verschoben sind, ohne dass man Mittelwerte in die Betrachtung einbeziehen müsste (Biehler, 2007).

Man kann immer feiner separieren und schließlich wandelt sich die kategoriale Hoch-Achse in eine quantitative Hochachse um und wir sind bei der fundamentalen Darstellung von 2 quantitativen Merkmalen in einem Streudiagramm angelangt.

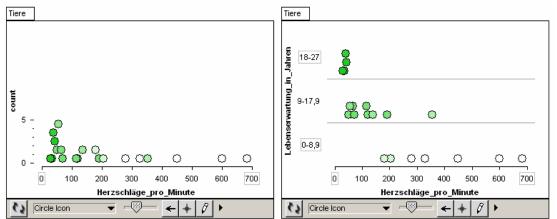
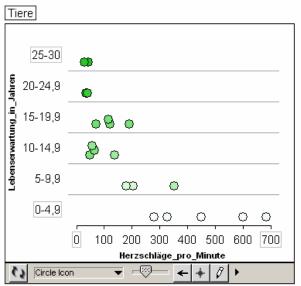


Abb. 5 Punktdiagramm für die Verteilung Herzschläge pro Minute, gefärbt und dann separiert nach dem Merkmal Lebenserwartung



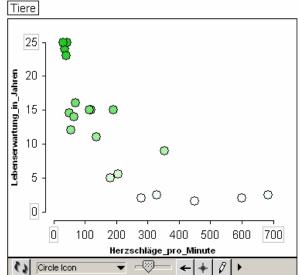
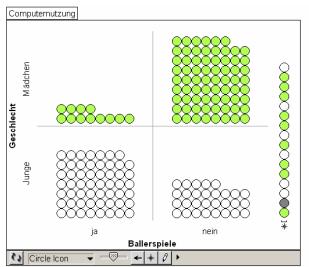


Abb. 6 Verfeinerung des vertikalen Separierens auf einer kategorialen Hochachse bis zur quantitativen Hochachse



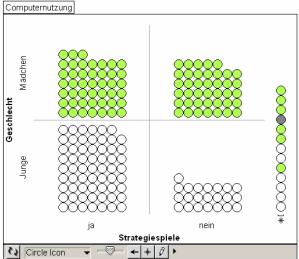


Abb. 7 Visuelle 4-Felder-Tafeln; Befragung zur Computernutzung: Präferenz eines Spieletyps nach Geschlecht

Wir sehen: TINKERPLOTS setzt zunächst das Arbeiten mit realen "Datenkarten" in eine Softwareumgebung um, geht dann aber in seinen operativen Möglichkeiten auch prinzipiell darüber hinaus.

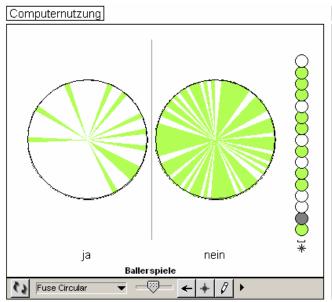
Wir wollen uns noch mit dem Fall zweier kategorialer Merkmale beschäftigen. Die Arbeit mit TINKERPLOTS wird uns schrittweise auf Vierfelder-Tafeln führen. Wir betrachten einen Datensatz, den wir zur Computernutzung an einer Kasseler Schule bei 182 Schülerinnen und Schülern erhoben haben, und zwar in den Klassen 6 bis 10. Diese Daten wurden im jahr-

gangsübergreifenden Unterricht (Klasse 6 - 8) von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet, seinerzeit mit der Software FATHOM (vgl. Biehler, 2006 für nähere Ausführungen zu diesem Projekt). Eine nahe liegende Frage, die einige der Schülerinnen und Schüler untersucht haben, richtete sich auf Unterschiede zwischen Jungen und Mädchen bei der Computernutzung. Die Schüler wollten wissen, was ihre Mitschüler hauptsächlich am Computer spielen. Als Auswahl wurde unter anderem "Ballerspiele" und "Strategiespiele" angeboten, man konnte mit "ja" und "nein" antworten, Mehrfachantworten waren möglich.

Wir wollen hier das Prinzip an einem authentischen Datenbeispiel demonstrieren; es ist klar, dass man ähnliche Analysen für Fragen entwickeln kann, die für Grundschulkinder adäquater sind.

In Abb. 7 wurden die Daten zunächst nach dem Merkmal "Ballerspiele" horizontal, dann nach dem Merkmal "Geschlecht" in vertikaler Richtung separiert. Dasselbe machen wir mit Strategiespielen und können in den visuellen Vierfeldertafeln die unterschiedliche Abhängigkeit der beiden Merkmale diskutieren: Während die Mehrheit der Jungen gerne Ballerspiel spielt, ist das bei Mädchen nur eine kleine Minderheit. Bei Strategiespielen ist die Mehrheit beider

Eine Alternative, die auch zur vertieften Propädeutik des Bruchbegriffs führen kann, ist die folgende Graphik. Nach der Separierung nach Ballerspielen können zunächst die einzelnen Schüler ikonisch durch Kreissegmente dargestellt werden (fuse circular). Die Software bestimmt automatisch die Sektorengröße: auch ohne Bruchrechnung und Winkelbegriff verstehen die Schülerinnen und Schüler, dass jedem ein gleich großes "Tortenstück" zugeordnet wird<sup>1</sup>. Dann kann man das Merkmal Geschlecht zur Einfärbung benutzen: es entsteht die Abb.8 unten links: Die Daten sind noch nicht nach Geschlecht geordnet. Das Kommando order auf Geschlecht (weiblich = grün bzw. grau) angewendet erzeugt die Gra



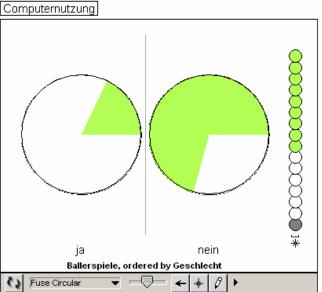
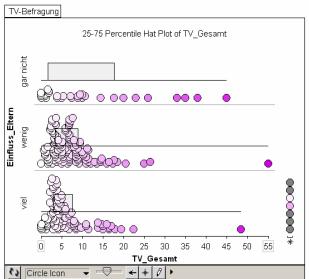


Abb. 8: Interesse am Ballerspielen nach Geschlecht (weiblich = grün bzw. grau

Geschlechter dabei: Man sieht aber auch hier, dass der "relative Anteil" der Strategiespieler unter den Jungen größer ist als der relative Anteil der Strategiespielerinnen unter den Mädchen. Das Denken in Verhältnissen von natürlichen Zahlen kann hier gefördert werden, wobei Fehlurteile bei jungen Schülern wahrscheinlich sind, wenn sich Proportionen nicht so stark unterscheiden lassen wie hier.

Solche Darstellungen sind fundamental für Kategorisierungen nach zwei Merkmalen. Sie repräsentieren "natürliche Häufigkeiten", die sich auch noch für ältere Schüler beim Arbeiten zu Bayes-Problemen als günstiger als zu andere Darstellungen erweisen (Waßner, Biehler, Martignon, 2007).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Die gleiche Größe gilt nur innerhalb der beiden Ballerspiel-Teilgruppen, die unterschiedlich groß sind. Deshalb bekommen Schüler aus den beiden Teilgruppen unterschiedlich große Kreissektoren zugewiesen, innerhalb der Gruppen sind die Kreissektoren natürlich gleich groß.



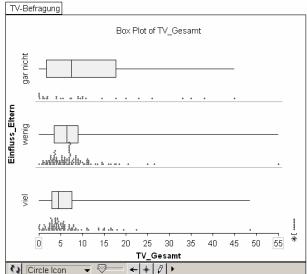


Abb. 9: Einfluss der Eltern auf den TV-Konsum ihrer Kinder. TV\_gesamt ist die Stundenzahl des Fernsehens pro Woche, Merkmal "Einfluss\_Eltern" nach Auskunft der Schüler selber

phik unten rechts: Die vielen kleinen Sektoren wurden nach grau/weiß geordnet, man erkennt in der resultierenden Graphik die einzelnen Sektoren nicht mehr. In ihr kann man suggestiv die unterschiedlichen Anteile von Mädchen (Jungen) in den beiden Gruppen der Ballerspieler und der Nicht-Ballerspieler erkennen.

Darstellungen in TINKERPLOTS kann man mit Mittelwerten und Häufigkeiten anreichern, auch den Boxplot kann man schrittweise aus Vorformen, vor allem dem sogenannten hat plot entwickeln, der die mittleren 50% der Daten "unter einen Hut" nimmt. Die Schüler haben auch die Möglichkeit, den Datensatz nicht nur ein vier gleich umfangreiche Teilmengen wie beim Boxplot einzuteilen, Sie können auch andere Aufteilungen mit frei wählbaren Markierungslinien erproben. Man kann sich davon versprechen, dass Schwierigkeiten, die jüngere Schülerinnen und Schüler mit Boxplots haben, vermieden werden können (Bakker, Biehler & Konold, 2004)

Das Beispiel aus Abb. 9 soll einen Eindruck von diesen Möglichkeiten vermitteln. Die aus den Hatplots entstehenden Boxplots zeigen die unterschiedlichen Verteilungen dann noch deutlicher: Bei geringem Elterneinfluss steigt nicht nur der Median, sondern auch die Variabilität des Verhaltens ihrer Kinder massiv an.

Das ist auch plausibel, da die größere "Freiheit" der Schüler nicht von allen gleichermaßen "ausgenutzt" werden wird.

### 5. Schlussbemerkungen

Der vorliegende Artikel hat sich auf die Vorstellung wesentlicher Features der Software konzentriert, ohne auf die genaue didaktische Einbettung in den Unterricht eingehen zu können. Mehr Ideen dazu, wie man TINKERPLOTS in ein umfassendes Konzept zur Datenanalyse in Klasse 1-6 integrieren kann, kann man bei Wagner (2006) nachlesen.

In verschiedenen Ländern (u.a. USA, England, Australien, Israel, Zypern) gibt es mehrere Projekte, die sich im Rahmen konstruktiver Entwicklungsforschung mit dem Einsatz von TINKERPLOTS in den Klassen 4 bis 8 befassen. In der Arbeitsgruppe des Autors laufen derzeit Vorarbeiten zur Erprobung in deutschen Schulen.

Bei der Erprobung mit Studierenden an der Universität Kassel ergaben sich einige Problembereiche, die man weiter erforschen muss:

- Wie integriert man das Erlernen der Software in Unterrichtseinheiten zur statistischen Datenanalyse?
- Wie lässt sich die Lernzeit für das Werkzeug optimieren?

- Haben wir überhaupt genügend Lernzeit für nicht-konventionalisierte Graphikformate übrig?
- Wie begegnen wir der Verleitung zur Zielveränderung: Spielen mit Graphiken statt Interpretieren von Graphiken?

Die Software TINKERPLOTS macht jedenfalls ein interessantes viel versprechendes Angebot für die computergestützte Datenanalyse in der Primarstufe und der unteren Sekundarstufe I. Verglichen mit der großen Schwester FATHOM besticht TINKERPLOTS durch die Farbe und die Dynamik: die Schüler können beobachten, wie sich die Repräsentanten bewegen und neu anordnen. Sie können aktiv nachvollziehen, wie sich die üblichen Graphiken aus elementaren Bausteinen zusammensetzen. Sie haben viel mehr Möglichkeiten, sich als Designer statistischer Graphik zu betätigen und die Vor- und Nachteile üblicher Graphik im Vergleich zu den von den Schülerinnen und Schülern produzierten Graphiken.

Hinweis: Der Arbeit von Wagner (2006), die frei im Web verfügbar ist, sind TINKERPLOTS - Dateien beigefügt. Lehrende können eine Evaluationskopie der Software herunterladen (http://www.keypress.com/x17679.xml) und mit diesen Datensätzen die Software erproben. Die in diesem Artikel verwendeten Datensätze kann man von der Homepage dieser Zeitschrift herunterladen.

### **Software**

FATHOM. Key Curriculum Press. Deutsche Adaption AG Biehler, Berlin: Springer 2006 (http://www.mathematik.uni-kassel.de/~fathom/)

TINKERPLOTS. Autoren: Cliff Konold et al. Emeryville, CA: Key Curriculum Press (http://www.keypress.com/x5715.xml)

### Literatur

Bakker, A. (2002) Route-type and landscape-type software for learning statistical data analysis. In Proceedings of ICoTS 6: http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/7f1\_bakk.pdf

Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2005). Should young students learn about

box plots? In G. Burrill & M. Camden Curricular (Hrsg.), Development **Statistics** International Education: Association for Statistical Education (IASE) Roundtable, Lund, Sweden, 28 June-3 July 163-173). Voorburg, 2004. (S. The Netherlands: International Statistical Institute

[http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/public ations/rt04/4.2\_Bakker\_etal.pdf]

Biehler, R. (1985). Graphische Darstellungen. mathematica didactica, 8, 57-81.

Biehler, R. (2006). Leitidee "Daten und Zufall" in der didaktischen Konzeption und im Unterrichtsexperiment. In J. Meyer (Hrsg.), Anregungen zum Stochastikunterricht, Bd. 3 (S. 111-142). Hildesheim: Franzbecker.

Biehler, R. (2007). Denken in Verteilungen – Vergleichen von Verteilungen. Der Mathematikunterricht 53 (3), 3-11

Hancock, C. (1995). Das Erlernen von Datenanalyse durch anderweitige Beschäftigungen. Computer + Unterricht, 17(März 1995), 33-39.

Harradine, A., & Konold, C. (2006). How representational medium affects the data displays students make. In Proceedings of ICoTS 7 [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/public ations/17/7C4 HARR.pdf].

Russell, S. J., et al. (1990-1993). Used Numbers.Vol 1 - 5. Palo Alto: Dale Seymour.

Wagner, A. (2006). Entwicklung und Förderung von Datenkompetenz in den Klassen 1-6. KaDiSto Bd. 3. Kassel: Universität Kassel [Online: http://kobra.bibliothek.uni-kassel.de/ dspace/handle/urn:nbn:de:hebis:34-2006092214690].

Waßner, C., Biehler, R., Martignon, L. (2007) Das Konzept der natürlichen Häufigkeiten im Mathematikunterricht. Der Mathematikunterricht 53 (3), S. 33-42

Winter, H., & Rösler, J. (1995). Auf der Babystation. mathematik lehren, Heft 70, 10-13.