

Ein statistisches Experiment: Poisson- und Exponentialverteilung

Ziel: Beziehungen zwischen Poisson- und Exponentialverteilung demonstrieren.

Hilfsmittel: Eine Tabelle mit Zufallszahlen

Vorgangsweise:

i) Zeichne einen Graphen von

$$t = \frac{1}{2} \times \ln \frac{100}{100-x} \quad \text{für } 0 \leq x \leq 9.$$

ii) Wähle eine zufällige Stichprobe von 100 zweistelligen Beobachtungen

x_1, x_2, \dots, x_{100} aus der Tabelle mit Zufallszahlen.

iii) Lies die entsprechenden Werte von t aus dem Graphen ab:

t_1, t_2, \dots, t_{100}

Die Werte von t sollten einer Exponentialverteilung mit Dichte $2e^{-2t}$ folgen.

iv) Bilde die Folge

$t_1, t_1 + t_2, t_1 + t_2 + t_3, \dots$

und, unterstellt man Ereignisse, die zu diesen Zeitpunkten sich ereignen, so zeige man, daß die Anzahl der Ereignisse, die in Intervallen von einer Zeiteinheit passieren, einer Poissonverteilung mit dem Parameter 2 folgt.

(Aus *Teach. Stat.* 16(1994), 59)

Hinweise zum Experiment: Poisson- und Exponentialverteilung

Ist X eine Zufallsvariable, die gleichverteilt auf den Zahlen 0-99 ist, dann gilt:

$$P(X \geq x) = \frac{100 - x}{100}$$

Ähnlich: Ist T eine Zufallsvariable mit Dichtefunktion $2e^{-2t}$, dann gilt:

$$P(T \geq t) = e^{-2t}$$

Ist daher x eine zufällige Beobachtung von X , dann ist t , gegeben durch

$$e^{-2t} = \frac{100 - x}{100} \quad \text{oder} \quad t = \frac{1}{2} \times \ln \frac{100}{100 - x}$$

eine Beobachtung von T , die rein durch Zufall erzeugt wird.



Wenn das Eintreten von Ereignissen in der Zeit einen Poisson-Prozeß formt mit dem Parameter λ , dann folgt die Verteilung der Zeiten zwischen den Ereignissen einer Exponentialverteilung mit Parameter λ und die Anzahl der Ereignisse pro Zeiteinheit folgt einer Poissonverteilung mit Parameter λ .