WARUM MAN HISTORISCHE NOTIZEN IN DEN STOCHASTIK-UNTERRICHT EINBAUEN SOLLTE

von Leslie Glickman

Originaltitel in "Teaching Statistics" Vol. 11 (1989) Nr. 1:

Why Teach the History of Probability?

Bearbeitung: Hans-Joachim Bentz, Osnabrück

Kurzfassung: Einige Gründe für den Einbau historischer Notizen in den Unterricht werden angegeben. Ein Beispiel illustriert die Möglichkeiten.

1. Einige Gründe für geschichtliche Notizen im Unterricht

Wissen über die Geschichte kann erhellen, warum Wahrscheinlichkeit heute wichtig ist. Aus der Geschichte kann man Unterrichtsmaterial beziehen, das den Lernprozeß bereichert, erleichtert und das Interesse daran weckt. Das sind Gemeinplätze, aber was den Unterricht in Geschichte der Mathematik i.a. betrifft, sind wir anderen Disziplinen etwas hinterher (siehe Swetz, 1982).

Selbst die elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung ist für die Schwierigkeiten auf Seiten der Lernenden berüchtigt. Es mag Anfänger trösten, wenn sie erfahren, daß das, was sie als kontraintuitiv und paradox empfinden, auch den Pionieren der Wahrscheinlichkeitsrechnung Probleme bereitet hat.

2. Ein Beispiel aus der Geschichte

De Méré's Problem (1654, siehe David, 1962, oder viele Einführungstexte) sei hier stellvertretend angeführt. In moderner Darstellung lautet es so:

Spiel 1: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, wenigstens einen Sechser in vier Würfen eines Würfels zu erhalten? Spiel 2: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, wenigstens einen Doppelsechser in 24 Würfen mit zwei Würfeln zu erhalten?

Dieses Beispiel kann dazu dienen, die Lernenden vor allzu einfachen proportionalen Ideen im stochastischen Kontext zu warnen:

$$\frac{\text{vier Chancen}}{\text{sechs Möglichkeiten}} = \frac{\text{24 Chancen}}{\text{36 Möglichkeiten}} = \text{richtige Antwort?}$$

Das Beispiel gibt jedoch noch mehr her. Eine genauere Untersuchung des historischen Kontexts zeigt interessante Facetten auf:

- Wie konnte de Méré solche kleinen Unterschiede in den Wahrscheinlichkeiten (0.5177 bzw. 0.4913) erkennen? Hatte er Kenntnis vom neuen Wahrscheinlichkeitskalkül, der in intellektuellen Kreisen gerade Tagesgespräch war? War er verwirrt, weil dieser zu Ergebnissen führte, die im Widerspruch standen zu dem etablierten Spielergesetz des proportionalen Schlusses, wie dies Ore (1960) meint? Oder könnte es sein, daß er sich solch kleiner Unterschiede aus der Beobachtung am Spieltisch gewahr wurde, wie dies Sheynin (1977) als Möglichkeit hinstellt? Im Unterricht kann man solchen Fragen mit Computersimulationen nachgehen (siehe Reinhardt u. Loftsgaarden, 1979, oder Pomeranz, 1984).

- [Zusatz des Bearbeiters:] Die Regel günstige/mögliche war zu de Meré's Zeit noch nicht ausgegoren. Sie gilt, wenn man sich bei der Bestimmung der günstigen auf Elementarereignisse aus dem Raum aller gleichwahrscheinlichen Möglichkeiten bezieht. Gerade dies jedoch erfolgt in der Proportionalregel der Spieler <u>nicht</u>. Eine Abklärung erbrachte erst das Konzept des Grundraums bei Laplace (1812).

- [Weiterer Zusatz:] Die Proportionalregel, die von de Meré ins Spiel gebracht wird, ist eng verwoben mit dem Erwartungswertbegriff. Für Erwartungen gilt:

  E (Zahl der Sechser in 4 Runden) = 4 . (1/6)
  E (Zahl der Doppelsechser in 24 Runden) = 24 . (1/36).

  Die Erwartungswerte sind in beiden Spielen gleich! Den Unterschied macht man sich am besten durch ein Spiel klar:
  Spiel 1 bzw. 2 wird gespielt, der Auszahlungsbetrag beträgt für die Variante
  a) 1, falls wenigstens ein (Doppel)Sechser eintrifft, 0, falls keiner kommt,
  b) die Zahl der (Doppel)Sechsen in der Serie.
  Der faire Preis in Variante a) stimmt mit den hier berechneten Wahrscheinlichkeiten, in Variante b) mit den Erwartungswerten von eben überein.

- Üblicherweise werden die obigen Wahrscheinlichkeiten aus der Binomialverteilung berechnet:

  Spiel 1: 1 - W(Anzahl der Sechser = 0) =
  $$1 - \binom{4}{0} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0.5177.$$

  Aber wie Gani (1971/72) hervorhebt, hat Pascal dies als Wartezeitexperiment betrachtet und die Lösung mittels der geometrischen Verteilung, eines Spezialfalles der negativen Binomialverteilung, berechnet:

  Spiel 1: W (Wartezeit auf den ersten Sechser $\leq$ 4) =
  $$= \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^3\cdot\frac{1}{6} = 0.5177$$

  Die Schwierigkeiten, zwischen binomialen (mit fixer Zahl von Versuchen) und negativ binomialen (mit Wartezeit bis zu einer fixen Zahl von Erfolgen) Versuchen zu unterscheiden, sind bekannt. Historisches Material wie dieses kann die Diskussion im Unterricht bereichern.

- Bei einem Würfel ist es trivial, daß es sechs verschiedene Ausgänge gibt. Bei zwei Würfeln hingegen sind die 36 möglichen Ausgänge nicht so klar. Sobald multiplikative kombinatorische Ideen auftauchen, bekommen Lernende so ihre Probleme.

Wir sollten darüber nicht allzu überrascht sein. Kombinatorik macht Schwierigkeiten. Die frühe Geschichte der Wahrscheinlichkeit hatte ebenso wie die Lernenden heute ihre liebe Not damit. Das mag letztere etwas trösten.

3. Abschließende Bemerkungen

Eine sorgfältige Suche durch die Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung offenbart eine Fülle von Material. Weitere Artikel sollen folgen. Es gibt eine wachsende Literatur zur Geschichte, sodaß der Einzelne nicht selbst historisch tätig werden muß. Die Geschichte kann jedenfalls eine bedeutsame Rolle im Unterricht spielen, wenn es gilt, konzeptuelle Schwierigkeiten aufzufangen.

Literatur:

David, F.N.: Games, Gods and Gambling: A History of Probability and Statistical Ideas. London: Charles Griffin 1962.

Gani, J.: Gambling and probability: some early problems. In: Mathematical Spectrum 4 (1971/72), 9-14.

Ore, O.: Pascal and the invention of probability theory. In: American Mathematical Monthly 67 (1960), 409-419.

Pomeranz, J.B.: The dice problem - then and now. In: The College Mathematics Journal 15 (1984), 229-237.

Reinhardt, H.E. und Loftsgaarden, D.O.: Using simulation to resolve probability paradoxes. In: International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 10 (1979), 241-250.

Reisel, R.B.: History of mathematics: a course teachable by a non-historian. In: American Mathematical Monthly 85 (1978), 270-271.

Sheynin, O.B.: Early history of probability. In: Archive for History of Exact Sciences 17 (1977), 201-259.

Swetz, F.J.: What ever happened to the history of mathematics? In: American Mathematical Monthly 89 (1982), 695-697.