

die für die einzelnen Gruppen der Techniker von Bedeutung sind. Die Themen sind in fünf große Bereiche aufgeteilt, von denen einer die Statistik ist. Jeder Bereich ist in eine Anzahl von Unterthemen gegliedert, die ihrerseits wieder in Abschnitte unterteilt sind, die jeweils durch ein allgemeines Lernziel und eine Reihe von speziellen Lernzielen beschrieben werden. Der gesamte Katalog enthält Themen vom Niveau I bis V. Der Bereich Statistik wurde eingeteilt in: A; Umgang mit Daten. B; Wahrscheinlichkeit und Verteilung. C; Abhängigkeit. D; Korrelation und Regression. E; Ausgleichskurven. F; Verteilungsfreie Tests. G; Qualitätskontrolle.

Man ist der Meinung, daß das Konzept einer Sammlung als Planungsinstrument von beachtlichem Interesse ist. Sie ist dynamisch geplant, so daß Themen verbessert und ergänzt werden können, wenn Ausbildungsanforderungen festgestellt oder geändert werden.

#### LITERATUR

1. Report of the Committee on Technician Courses and Examinations. HMSO 1969.
2. Technician Education Council Circular 1/75. Planning Information and Provisional Timetable - 1975.
3. Technician Education Council Circular 1/76. Revised Timetable for the Introduction of Certificate Programmes. 1976.
4. Technician Education Council. Policy Statement. 1974
5. Technician Education Council. The Mathematics Bank of Objectives. U78/911.1978.

## TIERE IM TEICH

### BIOLOGIE UND STATISTIK HELFEN SICH GEGENSEITIG

A.K. SHAHANI, P.S. PARSONS UND S.E. MEACOCK

*Übersetzt von Arnold a Campo*

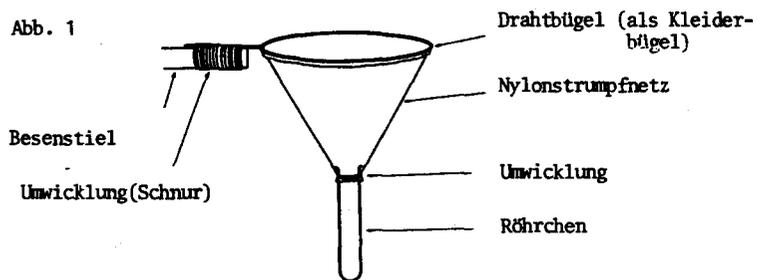
*Untersuchungen in der Klasse von Wasserproben aus einem Teich können den Unterricht in Statistik wie auch in Biologie bereichern und die beiden Fächer einander näherbringen.*

Die dem biologischen Material eigene Variabilität verursacht eine gegenseitige Anziehung zwischen Biologie und Statistik, die zum tieferen Verständnis beider Fächer führen kann. Aus den verschiedensten Gründen ist vielen Biologielehrern bei statistischen Fragen unwohl, jedoch ist die zunehmende Herein- nahme von Statistik in die Schule, sowohl als eigenständiges Fach als auch als Teil eines Faches wie Biologie, ein ermuti- gendes Signal für die Zukunft. Experimentieren ist als ein wesentlicher Teil des Biologieunterrichts anerkannt. Ein Teil dieser Arbeit kann dazu beitragen, die noch beachtlichen Hindernisse beiseitezuräumen, die viele Schüler bei ihrer Auseinandersetzung mit Statistik zu überwinden haben.

#### DER TEICH IM KLASSENZIMMER

Die Untersuchung des Planktons in einem Teich kann eine wichtige Rolle im Biologieunterricht bei Themen wie: Ver- teilung der Arten, Nahrungsketten, Populationsdynamik, spielen. Unseren Erfahrungen nach halten viele Schüler diese Untersuchungen für lehrreich und wichtig. Die Schwierigkeiten, die mit der Arbeit im Freien verbunden sind, können dadurch ausgeräumt werden, daß man das Leben des Teiches im Klassenzimmer vorführt. Außerdem macht das die nötige praktische Arbeit billig und leicht realisierbar. Vom Standpunkt der Statistik aus kann die Untersuchung des Lebens im Teich die Palette der Begriffe und Methoden ver- deutlichen.

Bonbongläser aus Plastik, die man kostenlos vom Konditor bekommt, stellen ideale Behälter für mikroskopische Wassertierchen dar. Tierchen aus Gräben und Pfützen haben sich als besonders geeignet erwiesen. Diese Habitats verfügen gewöhnlich über eine Vielzahl von in großer Zahl vorhandenen wirbellosen Tieren, dazu in Konzentrationen, die weit über denen in sauber aussehenden großen Teichen liegen. Wenn man ein Planktonnetz (vgl. Abb. 1) verwendet, kann man damit konzentriertes Zuchtmaterial für die Herstellung der Versuchs-'Teiche' gewinnen. Wenn kein Teich in der Nähe ist, ergibt die lebende Daphnia, wie sie in zoologischen Handlungen preiswert verkauft wird, genügend Exemplare für den Teich im Bonbonglas.



Um etwas über die Verteilung der Arten oder die Größe der Population zu erfahren, schätzt man diese aufgrund von Stichproben. Am einfachsten entnimmt man dem Teich im Bonbonglas die Proben, indem man eine Glaspipette mit ca. 5 mm Innendurchmesser und etwa 300 mm Länge durch ein Stück Plastikschlauch mit einer Wegwerfspritze verbindet. Als Volumen der Spritze werden 1 bis 20 ml empfohlen. Abbildung 2 zeigt dieses Gerät und stellt dar, wie man die Proben in Teilmengen aufteilt, so daß die Zahl der beweglichen Tiere beschränkt und leichter bestimmbar ist.

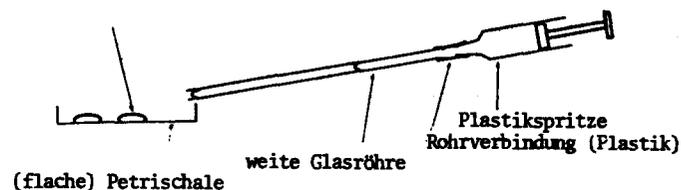
Die Apparatur kann von den meisten Lehrmittelfirmen besorgt werden. Die Glaskolben und Petrischalen haben die naturwissenschaftlichen Sammlungen,

Wenn die Unterscheidung der Tierarten problematisch ist, kann auch mit der Gesamtzahl aller Tierchen in der Probe gearbeitet werden. Als Bücher über das 'Leben im Teich' werden empfohlen:

Clegg (1956) und Macan (1959).

Teil der Stichprobe

Abb. 2



**EIN BEISPIEL**

Die Schwierigkeit, alle Tierchen im Glas zu zählen und die mögliche Abweichung aufgrund von Klumpenbildung sind offenkundig. 'Rühre den Teich um und bestimme die Anzahl in einer kleinen Wassermenge' sind Antworten darauf, die vorkommen.

Für die jüngeren Schüler werden Arbeiten dieser Art Daten für eine graphische Auswertung und die Motivation zur Berechnung des Mittelwertes einer Folge von Zahlen liefern. Wenn die Schüler in Gruppen eingeteilt sind, wird ein Vergleich der Ergebnisse der Gruppen zeigen, daß Schwankungen auftreten. Unterschiede im Interesse und in der Sorgfalt, mit der die Ergebnisse gewonnen wurden, werden sichtbar. Der Zeitbedarf zur Ausführung der Experimente und der Schätzungen der Populationsgröße werden von Gruppe zu Gruppe verschieden sein. Mögliche Gründe für größere Unterschiede zwischen den Gruppen fordern zur Diskussion heraus. Wenn eine geheimge-

haltene Schätzung der Zahl der Lebewesen aus einem vorangegangenen Versuch zur Verfügung steht, werden die Schüler daran interessiert sein, wie dicht ihre Zahl bei der des Lehrers liegt.

Für die älteren Schüler eröffnet diese Arbeit viele Wege, von denen wir einen wichtigen darstellen, der sich aus Versuchsserien einer Gruppe von Lehrern an der Universität von Southampton ergab. Die Lehrer waren mit Freude bei der Arbeit und in Biologie wie auch Statistik unterschiedlich qualifiziert.

Ein Verstehen der Bedingungen, unter denen Poissonverteilungen zustande kommen, wird dazu führen, diese Verteilung auch auf die Zählergebnisse anzuwenden. Mit einem Chi-Quadrat ( $\chi^2$ )-Test wird dann üblicherweise die Güte der Anpassung einer angenommenen Verteilung geprüft. Einzelheiten über die Poisson-Verteilung und  $\chi^2$ -Tests werden in vielen Statistikbüchern dargestellt. Wir empfehlen Campbell (1974), Hayslett (1971) und Hodge und Seed (1977).

Die Lehrer arbeiteten mit 10 ml-Spritzen und erhielten 50 Ergebnisse, in denen die Zahl der 'Daphnia' je 10 mal zwischen 3 und 18 lag. Man merkte, daß die extremen Werte nicht repräsentativ sind, jedoch entschied die Gruppe, an dem vereinbarten Vorgehen bei der Auswertung festzuhalten, nämlich, zur Schätzung der Zahl der Daphnien im Glas den Mittelwert der 50 Beobachtungen mit dem bekannten Wasservolumen des Glases (ausgedrückt in Einheiten von 10 ml) zu multiplizieren.

Die Gruppe meinte auch, daß eine Poissonverteilung die beobachteten Schwankungen erklären könne und stellte interessiert fest, daß empirisch ermittelter Mittelwert und Varianz der Ergebnisse 9.46 bzw. 10.248 waren. (Theoretisch sind Mittelwert und Varianz einer poissonverteilten Zufallsgröße gleich groß). Unter Verwendung von Standardmethoden paßten sie eine Poisson-Verteilung an (siehe unten). Ein  $\chi^2$ -Test ergibt, daß die Anpassung recht

gut ist. Einige Lehrer wunderten sich über die beobachtete Häufigkeit von 10 Daphnien; es muß eine intuitive Voreingenommenheit zu Gunsten der 10 bei Zählfehlern berücksichtigt werden. Die Häufigkeit, daß 10 Daphnien gesehen wurden, ist eher größer als die aufgrund der Poissonverteilung erwartete. Beachten Sie, daß dieser eine Wert mit 2,394 zum Gesamtwert 4,217 des Ausdrucks  $(O - E)^2 / E$  beiträgt.

Nr. der Daphnien	Bobachtete Häufigkeit (O)	Erwartete Häufigkeit (E)	$\frac{(O-E)^2}{E}$
< 6	9	8.40	0.043
7	6	5.24	0.110
8	4	6.20	0.781
9	7	6.51	0.037
10	10	6.16	2.394
11	5	5.30	0.017
> 12	9	12.19	0.835
Total	50	50.00	4.217

Für die jüngeren Schüler ist das Vorgehen angemessen, das Wasser im Glas umzurühren, den Mittelwert der Beobachtungswerte zu berechnen und mit dem Wasservolumen des Glases (ausgedrückt in geeigneten Einheiten) zu multiplizieren. Für ältere Schüler, die am Fach Statistik als solchem interessiert sind, kann es zu einer wichtigen Erfahrung vom Zustandekommen einer Poisson-Verteilung führen, wenn sie eine (ihnen selbst unbekante) Zahl N von Daphnien in einem Volumen V von Wasser einbringen, vermischen und dann auszählen, wie groß die Anzahl in jeweils einem (Teil)-Volumen k ist. So veranschaulicht man sicherlich besser die Poissonverteilung als durch das Abzählen der Anzahl von Autos, die pro Zeiteinheit vorbeifahren. Die Schüler werden leicht erkennen, daß die Verteilung der Daphnien ein physikalisches Gegenstück zu 'Ereignissen ist, die zufällig in einem kontinuierlichen Medium passieren.' Der (theoretische) Mittelwert der Zahl der Daphnien pro Volumen k ist  $m = kN/V$ , so

daß wir voraussagen können, daß die Häufigkeit, mit der genau  $r$  'Daphnien' beobachtet werden, durch die Poissonverteilung gegeben ist:

$$P(r) = \frac{m^r e^{-m}}{r!}, \quad r = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Da der Mittelwert der Auszählungsergebnisse (d.h. der Anzahlen der Daphnien in den Teilvolumina  $k$ ) ein Schätzwert für  $m$  ist, läßt sich durch Multiplikation mit  $V/k$  ein Schätzwert für  $N$ , die Gesamtzahl der Daphnien, gewinnen.

#### WEITERE MÖGLICHKEITEN DES ARBEITENS MIT WASSERPROBEN

Die Arbeit am 'Teich im Bonbonglas' kann eine Fülle von biologischen und statistischen Gedanken verdeutlichen. Durch geeignete Experimente können Einflüsse auf die Lebewesen im Teich untersucht werden. Der Säuregehalt kann z.B. untersucht werden, indem der pH-Wert des Bonbonglaseiches durch Zugabe einer Pufferlösung gemessen wird. Das Leben im Teich könnte jedoch durch die verschiedenen Substanzen der Pufferlösungstabletten beeinflusst werden, so daß alle beobachteten Effekte nicht allein auf dem Säuregehalt beruhen müssen. Wir schlagen einen pH-Wert zwischen 4 und 8 vor. Mindestens 7 Tage benötigt eine Tierpopulation zur Stabilisierung. Temperatur und Lichteinstrahlung sind zwei weitere Faktoren, die untersucht werden können.

Die Arbeit bietet viele Möglichkeiten, beim Verstehenlernen statistischer Gedankengänge Hilfestellung zu leisten. Dies trifft besonders für die älteren Schüler zu. Einige der Möglichkeiten, die einem sofort einfallen, sind folgende:

1. Eine Überlegung zum Stichprobenumfang. Ist es besser, Stichproben von 2 ml oder 10 ml zu verwenden? Sind zwei Proben von 5 ml äquivalent zu einer von 10 ml?
2. Verständnis der Summierung von Zufallsvariablen. Viele Statistiklehrer werden zustimmen, daß Schüler dies oft als schwierig empfinden. Wir geben weiter Erläuterungen zu Summen von Zufallsvariablen weiter unten.

3. Eine Veranschaulichung des zentralen Grenzwertsatzes, der aussagt, daß die Summierung von Zufallsvariablen unter weiten Voraussetzungen zu Normalverteilungen führt.
4. Formulieren und Testen sinnvoller Hypothesen. Eine Zusammenarbeit zwischen Biologie- und Statistiklehrern könnte hier sehr hilfreich sein.
5. Erzeugung von Daten für einige statistische Standardmethoden. Wie besprochen bereits die Anpassung einer Poisson-Verteilung. Es gibt viele weitere Möglichkeiten, z.B.: Konfidenzgrenzen für die Populationsgröße in einem bestimmten Versuchsbecher; Überprüfung der Unterschiede der Population zweier Gläser; Änderungen in der Population in Abhängigkeit von der Zeit oder aufgrund anderer Faktoren, wie des pH-Wertes.

Wir kommen jetzt auf das schwierige Thema Summe von Zufallsvariablen zurück. Ein Experiment, bei dem die Meßergebnisse von z.B. 2 ml-Spritzen verwendet werden, um Daten für 4 ml-Spritzen zu erzeugen, ist die physikalische Darstellung der Summe zweier Zufallsvariablen. Sind beispielsweise 3, 4, 4, 0 vier Ergebnisse mit 2 ml-Spritzen, so sehen die Schüler sofort, daß diese zwei Zählergebnisse, nämlich 7 (aus 3+4) und 4 (aus 4+0), mit 4 ml-Spritzen ergeben. Zwei Schülergruppen, von denen die eine mit 4 ml und die andere mit 2 ml arbeitet, könnten ihre Ergebnisse in Form von Histogrammen auswerten, wobei diese Histogramme dann eigentlich zeigen sollten, daß die Summe der 2 ml-Ergebnisse im wesentlichen dieselben Histogramme hervorbringt wie die 4 ml-Ergebnisse. Mit anderen Worten: Die Summe zweier poissonverteilter Zufallsvariablen ist eine poissonverteilte Zufallsvariable. Dieser Versuch sollte durch einen anderen ergänzt werden, bei dem die Addition die Eigenschaft der Zufallsvariablen verändert.

Beispielsweise ist die Summe zweier gleichverteilter Zufallsvariablen nicht wieder gleichverteilt, wie man durch Werfen eines Würfelpaares oder die Verwendung von Zufallszahlen zeigen kann.

#### BENÖTZE HILFSMITTEL UND UNTERSTÜTZUNG

Dieser Aufsatz hat sich aus der Arbeit von P.S. Parsons als B.P. Research Fellow an der Universität von Southampton ergeben.

Die finanzielle Unterstützung durch das Mathematik-Schulprojekt ermöglichte einer Gruppe von Lehrern, zu einer Reihe von Tagungen an der Universität von Southampton zusammenzukommen, wobei sich eine fruchtbare Zusammenarbeit entwickelte.

Wir danken einem Sachverständigen für viele hilfreiche Vorschläge.

#### LITERATURANGABEN

- Campbell, R.C. (1974). *Statistics for biologists*. C.U.P.  
Clegg, J. (1956) *Observers book of pond life*. Frederick Warne.  
Hayslett, H.T. (1971). *Statistics made simple*. W.H. Allen  
Hodge, S.E. and Seed, M.L. (1977) *Statistics and Probability*  
Blackie Chambers.  
Macan, T.T. (1959). *A guide to fresh water invertebrate animals*. Longmans.

## STATISTIK IM KREISAMT

P. REYNOLDS

Übersetzt von Arnold a Campo

*'Aber wie wird Statistik in der Praxis angewandt?' fragen unsere Schüler. Peter Reynolds beschreibt zwei Anwendungen, die auf seinem Tisch landeten.*

Meine Tätigkeit als Kreisschulbeauftragter für Mathematik in Suffolk ist nur sehr allgemein umschrieben. Sie umfaßt in der Hauptsache den Mathematikunterricht an Schulen und Kollegs, jedoch schließt sie neuerdings auch Computermathematik und Statistik ein, die sich beide als eigenständige Schulfächer entwickeln. Gelegentlich flattern mir als dem einzigen Mathematiker im Kreisamt auch außerunterrichtliche Probleme auf den Tisch. Zwei Beispiele aus der letzten Zeit bergen tiefliegende statistische Fragestellungen in sich, die ich im folgenden schildern möchte (ohne Lösungen anzugeben), um dem Leser einen Eindruck von echten Problemen zu vermitteln, bei denen Fachkenntnisse nützlich sein können.

Das erste beschäftigt sich mit der Entwicklung der Schülerzahlen. Wie die Leser sicherlich wissen, sinkt die Geburtenrate seit einigen Jahren. Die dramatischsten Auswirkungen können in der Schließung von Lehrerseminaren gesehen werden; denn weniger geborene Kinder bedeuten in fünf Jahren weniger fünfjährige Schulkinder. Da die Ausbildung eines Lehrers drei oder vier Jahre dauert, kommt der Rückschlag in der Lehrerausbildung früher als der Rückgang der Schülerzahlen. Da der Geburtenrückgang zunächst die Grundschulen betrifft, werden Lehrer von Vorschulkindern, die an der einen Schule überzählig werden, an eine andere Schule oder in eine andere Altersstufe versetzt. Vorübergehend, sagen wir während einer Zeit von 5 Jahren, kann man es mit dem Rückgang der Zahlen